



DSPACE

<https://dspace.org/>

**Die invloed van 'n metode van geleide ontdekking,
waarby die geskiedenis van wiskunde integreer word, op
die houding van St. 9-leerlinge teenoor meetkunde.**

Cronje, Lefina Susanna

1991

<https://hdl.handle.net/10539/24305>

DIE INVLOED VAN 'n METODE VAN
GELEIDE ONTDEKKING, WAARBY DIE
GESKIEDENIS VAN WISKUNDE INTEGREER
WORD, OP DIE HOUDING VAN
S^{te}.9-LEERLINGE TEENoor
MEETKUNDE.

DEUR

LEFINA SUSANNA CRONJE

NAVORSINGSVERSLAG

voorgelê ter gedeeltelike vervuiling van die
vereiste vir die graad

MAGISTER IN NATUURWETENSKAPPE

in die

FAKULTEIT NATUURWETENSKAPPE

aan die

UNIVERSITEIT VAN DIE WITWATERSRAND.

Grad toegeken met onderskryding 27 Junie 1991

STUDIELEIER: PROFESSOR P.E. LARIDON.

JANUARIE 1991

Ek verklaar hiermee dat hierdie navorsingsverslag
my eie werk is. Dit word voorgelê ter gedeeltelike
vervulling van die graad Magister in
Natuurwetenskappe aan die Universiteit van die
Witwatersrand, Johannesburg. Dit is nie voorheen
vir enige graad of eksamen aan 'n ander
universiteit voorgelê nie.

..... *L. S. Brongé*

..... *Arndt* en *Januarie* 1991.

DANKBETUIGING

Graag wil ek my opregte dank en waardering uitspreek teenoor:

- * Die lede van my gesin vir hulle liefde en ondersteuning.
- * Professor P.E. Laridon, wat as my studieleier opgetree het, vir sy belangstelling, aanmoediging en bekwame leiding.

L.S. CRONJE

Januarie 1991

ABSTRACT

There is widespread concern over some of the problems encountered in the teaching of Euclidean Geometry in secondary schools and also over the fairly negative attitudes experienced by pupils towards Geometry.

This piece of research was designed to improve attitudes of Std.9 pupils towards Euclidean Geometry by making use of guided discovery and the integration of the history of Mathematics into the teaching method used. The latter was done in order to humanise the subject and to make it more interesting to pupils who otherwise experience it as very rigid and abstract. Active participation of pupils in developing the Geometry was central to the method employed.

The outcome of the research was positive. It showed that attitudes towards Geometry can be improved if a deliberate attempt to do so is made. The results of this research suggest guidelines by which the teaching of Euclidean Geometry in secondary schools could be improved.

INHOUDSOPSAWE

HOOFSTUK 1: INLEIDING

1.1	MOTIVERING VIR STUDIE	1
1.2	TERMINOLOGIE	3
1.3	DOEL VAN STUDIE	3
1.4	LITERATUUR	4
1.5	PROBLEEMSTELLING	5
1.6	METODE VAN ONDERSOEK	6
1.7	ORDENING	7

HOOFSTUK 2: HOUDING

2.1	HOUDING: ALGEMEEN	8
2.1.1	DEFINISIES	8
2.1.2	AFFEKTIEWE DOMEIN	9
2.1.2.1	INTERAKSIE	10
2.1.2.2	KRITIEK	11
2.1.2.3	GEVOLGTREKKING	11
2.2	HOUDING TEENOOR EUKLIDIESE MEETKUNDE	12
2.2.1	NAVORSING	12
2.2.2	MEETKUNDE EN DIE AFFEKTIEWE DOMEIN ...	14

2.3	HOUDING TEENDOOR WISKUNDE	16
2.3.1	DEFINISIE	16
2.3.2	BELANGRIKHEID	17
2.3.3	LEEMTES IN NAVORSING VAN HOUDING	18
2.3.3.1	DORSIG	18
2.3.3.2	TERMINOLOGIE	19
2.3.3.3	KOGNITIEWE ASPEKTE	19
2.3.3.4	ALGEMEENHEID	19
2.3.3.5	SAMEVATING	20
2.3.4	HOUDING EN PRESTASIE IN WISKUNDE	20
2.3.5	VERANDERING VAN HOUDING	21
2.3.6	NEGATIEWE HOUDING TEENDOOR WISKUNDE ...	22
2.3.6.1	KOMMER	22
2.3.6.2	IMPLIKASIES	22
2.3.7	WISKUNDE-ANGS	23
2.3.7.1	OORSAKE	24
2.3.8	ONDERWYSER	25
2.3.9	OLERS	26
2.4	DIE METING VAN HOUDING	26
2.4.1	LIKERT-TIPE VRAELYS	26
2.4.1.1	KRITIEK	27
2.4.1.2	INDIVIDUELE TELLINGS	28
2.4.1.3	MINDER GESTRUKTUREERDE VRAE ..	28
2.4.2	DIE METING VAN HOUDING TEENDOOR WISKUNDE	28
2.4.3	GEVOLGTREKKING	30

HOOFSTUK 3: ONTDEKKENDE LÊER

3.1	BESKIEDKUNDIGE OORSIG	32
3.1.1	DIE VRAAGSTELLENDSE METODE	32
3.1.2	METODE VAN ONTDEKKING	33
3.1.2.1	VERABSOLUTEER	34
3.1.2.2	HEURISTIESE METODE	34
3.1.3	NA-SPOETNIK ERA	35
3.1.3.1	BRUNER EN AUSUBEL	35
3.2	VANAF DIE SEWENTIGER JARE	37
3.2.1	TERMINOLOGIE	37
3.2.2	HEURISTIEK EN OSTENTIEK	39
3.2.1.1	TWEE POLE; HEURISTIEK EN OSTENTIEK	39
3.2.1.2	WISSELWERKING TUSSEN HEURISTIEK EN OSTENTIEK	40
3.2.1.2.1	PRAKTYK	41
3.2.1.3	VERVLEGTING VAN DIE HEURISTIEK EN DIE OSTENTIEK	42
3.3	METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING	43
3.3.1	WAAROM 'N METODE VAN ONTDEKKING?	44
3.3.2	BESKRYWING VAN METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING	45
3.3.3	AKTIEWE DEELNAME	46
3.3.4	DIE ROL VAN DIE ONDERWYSER	49
3.3.4.1	DIDAKTIESE OPENHEID	50
3.3.4.2	TONEELSPEL	51
3.3.4.3	TYDFAKTOR	52
3.3.4.4	OPLERIDING VAN ONDERWYSERS ...	52

3.3.5	LEIDING DEUR MIDDEL VAN VRAE	53
3.3.5.1	FOUTE	54
3.3.5.2	GEVOLGTREKKING	55
3.3.6	INDIVIDUELE VERSKILLE	56
3.3.7	INTRINSIEKE MOTIVERING	58
3.4	IMPLIKASIES	59

HOOFSTUK 4: EUKLIDIESE MEETKUNDE

4.1	MOTIVERING	62
4.2	TERMINOLOGIE	63
4.3	AGTERGROND - EUKLIDIESE MEETKUNDE	64
4.4	DIE AKSIOMATIES-DEDUKTIEWE STRUKTUUR	66
4.4.1	BESKRYWING VAN BEGRIPPE	66
4.4.1.1	AKSIOMAS	66
4.4.1.2	DEFINISIES	67
4.4.1.3	STELLINGS	67
4.4.1.4	INDUKTIEWE EN DEDUKTIEWE DENKE	67
4.4.2	GESKIEDKUNDIGE OORSIG VAN DIE AKSIOMATIES-DEDUKTIEWE DENKWYSE	68
4.4.2.1	PLATO EN ARISTOTELES	68
4.4.2.2	NIE-EUKLIDIESE MEETKUNDE	69
4.4.2.3	GETALLE-TEORIE	69
4.4.2.4	MODERNE NEIGING	71
4.4.2.5	IMPLIKASIES	72

4.5	DIE GESKIEDENIS VAN MEETKUNDE ONDERRIG	72
4.5.1	BUITELAND	72
4.5.1.1	DIE VERHIELE TEORIE	73
4.5.2	SUID-AFRIKA	75
4.6	DIE HUIDIGE PRAKTYK VAN MEETKUNDE ONDERRIG ..	75
4.6.1	ELDERS	76
4.6.1.1	BEDENKINGE	77
4.6.2	SUID-AFRIKA	80
4.6.2.1	HUIDIGE LEERPLAN	80
4.6.2.2	VERIETE TEN SPYTE VAN ONGEWILDHEID	81
4.6.2.3	PROBLEME IN DIE ONDERRIG VAN EUKLIDIESE MEETKUNDE	81
4.6.2.3.1	AKSIOMATIES- DEDUKTIEWE REDENERING	82
4.6.2.3.2	BEWYSVOERING	84
4.6.2.4	METODES VAN AANBIEDING	85
4.6.2.4.1	REKONSTRUKTIEWE BENADERING	86
4.6.2.4.2	METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING	87
4.6.2.5	ONDERWYSER SE ROL	87
4.7	DIE INTEGRERING VAN DIE GESKIEDENIS VAN WISKUNDE IN DIE ONDERRIG VAN MEETKUNDE	89
4.7.1	OORSIG	89
4.7.2	ONDERWYSERS	89
4.7.3	INTERNASIONALE KONGRES	90
4.7.4	FRANKRYK	91

4.7.5	DIE MENSLIKE ASPEK	92
4.7.6	WISKUNDE-ANGS	93
4.7.7	PLAASLIK	94

HOOFSTUK 5: EKSPERIMENTELE ONTWERP EN RESULTATE

5.1	DOEL VAN EKSPERIMENT	95
5.2	ONTWERP	96
5.2.1	EKSPERIMENTELE GROEP	96
5.2.2	KONTROLE GROEP	96
5.2.3	TYDPERK	97
5.2.4	HOUDINGSVRAELYS	97
5.2.4.1	LIKERT-TIPE VRAELYS	98
5.2.4.1.1	ONTLEDING VAN VRAELYS	100
5.2.4.1.2	ONGESTRUKTUREERDE VRAE	101
5.2.4.2	ANONIMITEIT	101
5.2.4.3	GELDIGHEID EN BETROUBAARHEID	102
5.2.4.4	ONDERHOUDE EN VERSLAE	102
5.3	DIE ONDERRIG VAN DIE EKSPERIMENTELE GROEP	103
5.3.1	OPLEIDING VAN ONDERWYSERS	103
5.3.1.1	KLASATMOSFEER	103
5.3.1.2	METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING	104
5.3.1.2.1	ONDERPRESTEERDERS	105
5.3.1.3	INTEGRERING VAN GESKIEDENIS VAN WISKUNDE	106
5.3.1.4	TYDFAKTOR	106

5.3.1.5	VERLOOP	106
5.3.1.6	KONTROLE	107
5.3.2	LESMATERIAAL	108
5.3.2.1	VOORBEELD VAN LES	108
5.3.2.2	VOORBEELD VAN LES	116
5.4	RESULTATE VAN EKSPERIMENT	120
5.4.1	NAVORSINGSHIPOTESE	120
5.4.2	TABEL EN ONTLEDING VAN RESULTATE	121
5.4.3	BEVINDINGS	122
5.4.3.1	ONDERHOUDE EN VERSLAE	124
5.4.3.1.1	EKSPERIMENTELE	
	GROEP	124
5.4.3.1.2	KONTROLE GROEP	126
5.4.3.1.3	OPSOMMING	127
5.4.4	LEEMTES	128

HOOFSTUK 6: OPSOMMING

6.1	INLEIDING	131
6.2	HOUDING	131
6.3	ONTDEKKENDE LEER	133
6.4	MEETKUNDE EN DIE GESKIEDENIS VAN WISKUNDE	134
6.4.1	GESKIEDENIS VAN WISKUNDE	136
6.5	EKSPERIMENT	137
6.6	GEVOLGTREKKING	137
6.7	MERIETE	139
6.8	AANBEVELINGE VIR VERDERE NAVORSING	139
6.9	SLOT	141

HOOFSTUK 1

INLEIDING

Die inskripsie bokant die deur van Plato se akademiese was:

"Iemand wat nie in Meetkunde onderrig is nie, mag nie by hierdie deur ingaan nie."

PLATO.

1.1 MOTIVERING VIR STUDIE

Hierdie studie het sy oorsprong aan verskeie faktore te danke, waaronder die volgende:

- * 'n Persoonlike liefde vir en belangstelling in Euklidiese Meetkunde;
- * jarelange ondervinding in die onderrig van Euklidiese Meetkunde op senior sekondêre vlak asook die nasien van St.10-eindeksamen vraestelle van die Transvaalse Onderwysdepartement het 'n vermoede laat ontstaan dat die onderrig van Meetkunde afgeskeep word. Leerlinge behaal dikwels uitstekende punte in Algebra en Trigonometrie, maar faal in Meetkunde;

* persoon se ondervinding het ook getoon dat Euklidiese Meetkunde nie noodwendig moeiliker is as die ander komponente van Wiskunde nie en dat swak prestasie in die senior standers dikwels die gevolg is van 'n negatiewe ingesteldheid teenoor Meetkunde. Deur bewus te wees van die probleem en doelbewus te probeer om die wanbalans uit te skakel, kan positiewe resultate behaal word;

* 'n lewendige belangstelling in die Geskiedenis van Wiskunde wat veral deur twee persone aangewakker is - Dr. J.D. van Staden wat my op skool onderrig het en professor Benjamin de la Rosa wat my op Universiteit onderrig het. Ek het al dikwels ervaar hoe 'n skynbaar vervelende Meetkunde-les opgehelder kan word deur die nodige agtergrondkennis en Geskiedenis by te bring.

* dis my oortuiging dat die onderrig van Euklidiese Meetkunde op skoolvlak wel 'n doel dien, mits dit sinvol onderrig word. Dis met kommer dat ek verneem van pogings in Suid-Afrika om, soos in die meeste ander lande, daarmee weg te doen. Soveel van die lande het intussen hul besluit betreur.

1.2 TERMINOLOGIE

Indien daar slegs na Meetkunde verwys word, word daarmee Euklidiese Meetkunde bedoel, soos wat dit in die huidige leerplan vir Transvaalse sekondêre skole beskrywe word, dit wil sê, aksiomaties-deduktiewe Meetkunde of ook soms sintetiese Meetkunde genoem.

Ander terminologie wat in hierdie verhandeling gebruik word, word afsonderlik in elke hoofstuk bespreek.

1.3 DOEL VAN STUDIE

Die doel van hierdie ondersoek is om vas te stel of vermoedens wat ontstaan het as gevolg van ondervinding in die praktyk, enige bestaansreg het. Indien wel, kan hierdie ondersoek 'n bydrae lewer ten opsigte van die onderrig van Euklidiese Meetkunde op senior sekondêre vlak.

My ervaring is dat die houding van die meeste leerlinge teenoor Meetkunde kan verbeter en dat 'n belangstelling in die vak by hulle gewek kan word deur van besondere onderrigmetodes gebruik te maak. Die onderrigmetodes waarna hier verwys word, sluit onder andere die volgende in:

- * 'n Metode van geleide ontdekking waarin daar baie klem gelê word op die aktiewe deelname van leerlinge aan die leerproses en waarin hulle soms self 'n bydrae maak ten opsigte van die

formulering van die leerstof. Leiding geskied deur die kundige aanwending van vrae deur die onderwyser. Hierdie metode word volledig in Hoofstuk 3 bespreek.

- * Daar word 'n doelbewuste poging aangewend om Meetkunde meer interessant te maak deur aan leerlinge die agtergrond waarteen dit ontwikkel het, bekend te stel. Die Geskiedenis van Wiskunde, wat uit die aard van die saak, eintlik die Geskiedenis van Meetkunde impliseer, word geïntegreer in die normale onderrig waar moontlik. Omdat Meetkunde so dikwels as te strak afgemaak word, word die menslikheidsaspek beklemtoon waar moontlik. Die integrering van die Geskiedenis van Wiskunde word in 4.7 bespreek.

Dit is my mening dat hierdie doelbewuste beklemtoning van die affektiewe domein ook 'n invloed op die kognitiewe domein het, maar in hierdie ondersoek word daar slegs na die affektiewe aspekte gekyk.

1.4 LITERATUUR

Hierdie paragraaf is slegs 'n kort oorsig van die literatuurstudie wat gedoen is en dien as bykomende motivering vir die ondersoek. Daar word van die standpunt uitgegaan dat houding teenoor Meetkunde nie noodwendig identies is aan houding teenoor Wiskunde in die algemeen nie.

Daar kon geen navorsing plaaslik opgespoor word waarin die houding teenoor Meetkunde, in besonder, gemeet is nie. Selfs in die eksperiment wat deur Earle (1972) in die V.S.A. gedoen is en waarin Meetkunde die sentrale tema is, word slegs houding teenoor Wiskunde in die algemeen gemeet. In Suid-Afrika is uitgebreide navorsing deur Visser ((1983; 1984) gedoen omtrent houding teenoor Wiskunde. Sommige van die navorsingsresultate kon wel as uitgangspunt gebruik word.

Wat die Geskiedenis van Wiskunde betref is die plaaslike stand van sake soortgelyk. Enkele opvoedkundiges en wiskundiges publiseer artikels oor die onderwerp en beklemtoon die waarde daarvan, maar daar is geen tekens dat dit op groot skaal implimenteer word nie.

Human en Nel et.al. (1989) meen dat die eng begrip, ten opsigte van die aksiomatiese-deduktiewe struktuur van Meetkunde, waaroor die meeste onderwysers beskik, een van die oorsake is van die probleme in die onderrig van Meetkunde. Dit word volledig in Hoofstuk 4 bespreek. Gebrekkige onderrigmetodes skyn dus 'n belangrike rol te speel.

Onderrigmetodes wat spreek van 'n duidelike gebrek aan leerling deelname en metodes van ontdekking, word skerp veroordeel deur opvoedkundiges (Sien 3.2.1.2.1), maar ten spyte daarvan, is die praktyk deurspek daarvan.

1.5 PROBLEEMSTELLING

Die vermoede bestaan dat die houding van leerlinge teenoor Meetkunde redelik negatief is. Die vraag wat in hierdie verhandeling ondersoek word, is of dit moontlik is om die houding van St.9-leerlinge teenoor Meetkunde te verander, en wel in die opsig dat dit 'n beduidende positiewe verandering is. Daar gaan hoofsaaklik op die affektiewe domein konsentreer word.

Die metodes wat aangewend gaan word, is die wat in paragraaf 1.3 bespreek is:

- * 'n Metode van geleide ontdekking waarin die aktiewe deelname van leerlinge 'n sentrale rol speel.
- * daarmee saam word die Geskiedenis van Wiskunde geïntegreer in 'n poging om Meetkunde meer interessant te maak.

1.6 METODE VAN ONDERSOEK

Die metode waarvolgens die probleem ondersoek word, is deur 'n eksperiment te loods waarin van 'n eksperimentele groep en 'n kontrole groep gebruik gemaak word. Die groepe bestaan uit St.9-leerlinge van Afrikaanse Hoërskole aan die Witwatersrand en daar word dus nie op algemene geldigheid van die resultate aanspraak gemaak nie. Daar is gepoog om die twee skole wat by die ondersoek betrek is, so te selekteer dat die verskille 'n minimum is.

1.7 ORDERING

Hoofstuk 1 dien slegs as kort inleiding tot die probleemstelling, want die hoofstukke wat daarop volg behandel die betrokke aspekte van die probleem volledig.

* In hoofstuk 2 word daar volledig besin oor die aspek van houding teenoor Wiskunde, houding teenoor Euklidiese Meetkunde, die verandering van houding en die meting van houding.

* Hoofstuk 3 dek die metode van geleide ontdekking asook 'n geskiedkundige oorsig van die metode. Navorsing wat in Suid-Afrika gedoen is, word breedvoerig bespreek. Daar word ook aandag gegee aan die toepassing van die metode in die klaskamer.

* Hoofstuk 4 handel oor Euklidiese Meetkunde en die gepaardgaande aksiomaties-deduktiewe struktuur. Daar word ook gekyk na die onderrig van Meetkunde op sekondêre vlak en die probleme daaraan verbonde. Laastens word die integrering van die Geskiedenis van Wiskunde in die onderrig van Meetkunde behandel.

* In hoofstuk 5 word die eksperiment, die verloop van die eksperiment, die meetinstrumente en van die lesmateriaal beskrywe. Die bevindings en enkele leemtes word aangedui.

* Hoofstuk 6 dien as opsomming en hierin word ook die meriete van die ondersoek, die gevolgtrekkings en aanbevelings bespreek.

HOOFSTUK 2

HOUDING

"Consideration should be given to what affective learning is, which affective objectives to include in the curriculum and to how the attainment of these objectives is evaluated."

Landman (1987: 37)

2.1 HOUDING: ALGEMEEN

2.1.1 DEFINISIE

Die meeste definisies noem dat houding 'n mate van bereidheid is, d.w.s. 'n neiging om op 'n sekere manier te reageer onder sekere omstandighede of teenoor sekere stimuli (Oppenheim, 1966). Volgens Aiken (1970) is houding:

"a learned predisposition or tendency on the part of the individual to respond positively or negatively to some object, situation, concept or other person." (Aiken, 1970: 551).

Houding het dus te doen met ingesteldheid teenoor iets en dit bepaal grootliks hoe daar reageer gaan word.

2.1.2 AFFEKTIEWE DOMEIN

Houding word ook dikwels geassosieer met die affektiewe domein (Krathwohl et.al., 1964; Bell, 1978; Aiken 1970; Kulm, 1980; Bloom et.al., 1981; Bester, 1988; Schoenfilo, 1989). Die affektiewe domein word gedefinieer as:

"The affective domain,.... includes objectives which describe changes in interest, attitudes and values and the development of appreciations." (Krathwohl et.al., 1964: 7).

Krathwohl (1964) se bekende hierargie van affektiewe doelwitte vir enige leersituasie, behels die volgende:

Ontvang
Reageer
Waardeer
Organiseer
Karakteriseer

Dit word later meer volledig met betrekking tot Meetkunde bespreek in 2.2.2.

Bloom et.al. (1981) en ook Landman (1987) noem dat die algemene mening dat positiewe houding 'n direkte gevolg van kennis en insig is, geen gronde het nie.

"However, we now realize that positive affect does not automatically follow from knowledge or understanding of material. In fact,

unanticipated negative affect can also follow such experiences. Many attitudes, interests and values can in fact be specifically taught for." (Bloom et.al., 1981: 299).

2.1.2.1 INTERAKSIE

In enige leersituasie is daar altyd 'n interaksie van kognitiewe en affektiewe faktore (Bloom et.al., 1981; Landman, 1987; Bester, 1988; Garofalo, 1989; Pretorius, 1989). Die leerling word as 'n geheel opgevoed en daarom is 'n balans tussen die kognitiewe en die affektiewe noodsaaklik (Laridon, 1981). Pretorius sê in die verband ook:

"...dit het duidelik geword dat die affektiewe, kognitiewe en normatiewe moontlikhede as 'n totaliteit aktualiseer en betekenisvolle implikasies inhou vir onderrig en leer." (Pretorius, 1989: 313)."

Later voeg hy ook by:

"Daarom is dit nodig dat die Wiskunde onderwyser as inisieerder van die onderrig- en leergebeure in die klassituasie, 'n gesonde balans in die affektiewe en kognitiewe opvoeding van sy leerlinge sal handhaaf sodat effektiewe onderrig en leer verwerklik kan word." (Pretorius, 1989: 315).

Schoenfeld (1985) meld in die verband dat suiwer kognitiewe eksperimente al dikwels misluk het omdat die invloed van affektiewe faktore buite rekening gelaat word.

Landman (1987) verwys na die engheid van opvoedkundige programme wat slegs kognitiewe doelwitte nastrewe.

Dit is dus ontstellend om in Oosthuizen et.al. (1988) se handboek vir vakdidaktiek in Wiskunde te lees dat in die onderrig van Wiskunde die kognitiewe domein die belangrikste is en dat slegs die kognitiewe domein volledig bespreek word.

2.1.2.2 KRITIEK

Die neiging om leerdoelwitte volgens kognitiewe en affektiewe hierargieë te beoordeel, word dikwels gekritiseer (Howson et.al., 1981) omdat dit die affektiewe doelwitte onderbeklemtoon, en die meer waarneembare gedrag oorbeklemtoon. Volgens Laridon (1981) word die affektiewe doelwitte dikwels genoem, maar dit realiseer selde in die klaskamer.

2.1.2.3 GEVOLGTREKKING

Ek stem saam dat die leerling as 'n totaliteit opgevoed moet word en geen poging gaan aangewend word om die kognitiewe van die affektiewe te skei nie. Daar gaan egter bewustelik op die affektiewe aspekte klem gele word. In hierdie verband word daar veral van die

Geskiedenis van Wiskunde gebruik gemaak asook van 'n metode van geleide ontdekking. Vir hierdie navorsing gaan daar geen kognitiewe evaluering gedoen word nie.

2.2 HOUDING TEENOR EUKLIDIESE MEETKUNDE

2.2.1 NAVORSING

Plaaslik kon geen bestaande navorsing in die veld van houding teenoor Meetkunde gevind word nie. Met behulp van die ERIC-stelsel is 'n doktorsverhandeling opgespoor wat in 1972 by die Universiteit van Maryland deur H.F.Earle ingedien is.

In sy navorsing vergelyk hy die invloed wat twee verskillende metodes van onderrig in Meetkunde het op die houdings van die leerlinge teenoor die vak Wiskunde. Die Meetkunde waarvan hy gebruik maak, is hoofsaaklik Euklidiese Meetkunde en ook 'n bietjie Analitiese Meetkunde en 'n paar lesse oor soliede liggame. Die twee metodes is rekenaarondersteunde onderrig waar die leerlinge elkeen teen sy eie tempo werk en die gewone tradisionele onderrig. Die ondersoek is op senior sekondêre vlak gedoen en daar is verwag dat die metode waarin van rekenaars gebruik gemaak is, 'n verandering in houding sou teweegbring. Dit het nie realiseer nie. Hy maak onder andere die volgende gevolgtrekking:

"This research concluded that no significant differences existed in students' attitudes toward mathematics as a result of two instructional approaches in geometry.

The study of attitudes discloses that there are fertile areas for improving the learning process. The review of literature presents evidence that positive relationships exist between attitudes teachers possess and the attitudes their students acquire." (Earle, 1972: 91).

Dit wil lyk asof Earle meen dat die invloed van die onderrigmetode, met betrekking tot die houding van die leerling, deur die invloed van die onderwyser oorskadu word. Dit mag ook een van die probleme van hierdie ondersoek wees. Daar is gepoog om die twee onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer, betrokke te laat voel en hulle is voortdurend geraadpleeg, maar dit bly 'n eksterne faktor wat nie gekontroleer kan word nie.

Myns insiens was een van die leemtes in Earle se eksperiment dat hy houding slegs een keer gemeet het, naamlik na afloop van die eksperiment. In die eksperiment wat ek uitvoer, word houding teenoor Meetkunde voor die eksperiment, en daarna, gemeet.

'n Verdere probleem was dat houding teenoor Wiskunde in die algemeen gemeet is; nie houding teenoor Meetkunde in die besonder nie. Hy het gebruik gemaak van 'n vraelys van "NLSMA - National Longitudinal Study of Mathematical Abilities (1968)." Van die vrae wat in die vraelys voorkom, het volgens my nie betrekking op houding teenoor Wiskunde nie. Twee voorbeelde volg:

1. "I wish my teacher did not make me feel that I am doing poorly."
2. "I think my father uses Mathematics in his job."

Plaaslike navorsing in verband met houding teenoor Wiskunde word in 2.4.2 bespreek.

2.2.2 MEETKUNDE EN DIE AFFEKTIEWE DOMEIN

Volgens Bell (1978) behoort die eerste vier vlakke van die affektiewe hierargie op skoolvlak bereik te word. Elke vlak is weer onderverdeel, maar dit gaan nie hier in soveel detail bespreek word nie. Die volgende is my eie interpretasie van die vlakke met betrekking tot Meetkunde. Ek stem saam met Landman (1987) as hy sê dat vasgestelde kriteria waaraan affektiewe doelstellings gemeet kan word, baie moeilik identifiseerbaar is.

ONTVANG	Die leerlinge moet bewus raak van die Meetkunde en gewillig wees om hulle aandag daaraan te bestee. Hierdie aanvangsfase is baie belangrik en die Geskiedenis van Meetkunde kan hier met groot vrug gebruik word.
---------	---

REAGEER	Vir die metode van geleide ontdekking is hierdie die kritieke vlak. Elke leerling moet die geleentheid kry om aktief aan die ontwikkeling van die leerstof deel te neem. Meetkunde op St.9 vlak is uiters geskik hiervoor.
---------	--

Leerlinge is bereid om op te lees oor die onderwerp en interessante gegewens uit die Geskiedenis met die klas te deel.

WAARDEER

Leerlinge toon 'n algemene waardering vir die rol wat Meetkunde in die daaglikse lewe speel. Hulle stel oor die algemeen in die oplos van Meetkundige probleme belang en bring soms self probleme wat hulle teëkom klas toe om met ander te deel. Hulle is dus gerig op die oplossing van probleme. Hulle toon algemene selfvertroue in die vak en is gewillig om aan kompetisies deel te neem.

ORGANISEER

Leerlinge begryp en waardeer die deduktiewe aard van bewysvoering in Meetkunde en die rol wat aksiomas speel. Hulle kan ook die rol wat Euklidiese Meetkunde in die Geskiedenis en in die ontwikkeling van Wiskunde gespeel het, vergelyk met die ontwikkeling van die beskawing in die algemeen. Hulle is deeglik bewus daarvan dat ander aksiomas tot ander Meetkundes lei. Leerlinge is ook in staat daartoe om die bydraes van verskillende persone teen mekaar op te weeg.

2.3 HOUDING TENOOR WISKUNDE

Omdat literatuur oor houding ten opsigte van Meetkunde so skaars is, word die houding teenoor Wiskunde volledig bespreek.

2.3.1 DEFINISIE

Houding spesifiek teenoor Wiskunde word nie gedefinieer nie (Kulm, 1980) of dit word gedefinieer in terme van die instrumente wat gebruik word. In 1972 verwys Aiken na houding teenoor Wiskunde as die mate waarin die vak geïet word, die mate van belangstelling in die vak en oor die vlak van angste wat ervaar word.

Gelyk aan 'n aparte definisie vir houding teenoor Wiskunde dui daarop dat opvoedkundiges nie dink dat houding teenoor Wiskunde in wese verskil van houding in die algemeen nie. Kulm (1980) is van mening dat dit waarskynlik onmoontlik is om 'n definisie vir houding teenoor Wiskunde saam te stel, want as dit aan alle vereistes voldoen, sal dit so algemeen wees dat dit van geen waarde sal wees nie.

Houding is 'n komplekse begrip wat uit baie komponente bestaan. Vir Wiskunde kan dit gesien word as 'n wisselwerking van die een pool "geniet" na die ander pool "angste".

Kulm (1980) beklemtoon in hierdie verband die noodsaaklikheid dat navorsers die aspekte van houding

wat hulle bestudeer, noukeurig sal omskrywe. Ander navorsers ondervind dieselfde probleem en definieer dan ook al die begrippe wat hulle gebruik (McLeod, 1988; Haladyna et.al., 1981).

2.3.2 BELANGRIKHEID

ICMI is die beherende liggaam wat elke 4 jaar 'n Internasionale Kongres (ICME- International Congress for Mathematics Education) aanbied. Volgens Webb (1989) wat ICME-6 in Boedapest Hongarye bygewoon het, is een van die huidige doelstellinge van ICMI om die openbare beeld van Wiskunde te bevorder, d.w.s. om die algemene houding teenoor Wiskunde te probeer verbeter.

Wat Wiskunde leerlinge betref, sê Garofalo (1989), dat daar geen twyfel meer bestaan dat houding, en in die algemeen, affektiewe aspekte, 'n baie groot rol speel in Wiskundige prestasie nie. (Pretorius, 1989; McLeod, 1988; Reyes, 1984; Kulm, 1980).

"However, the relationship of affective factors to these cognitive processes has yet to be studied in detail." (McLeod, 1988: 135).

In die sillabus vir St.8, 9 en 10 (1985: 1) word die affektiewe doelstellings met Wiskunde-onderrig soos volg uiteengesit:

"Om liefde vir, belangstelling in en 'n positiewe ingesteldheid teenoor Wiskunde te

laat posvat, deur die vak betekenisvol aan te bied."

Die verband tussen affektiewe stabiliteit en effektiewe Wiskunde onderrig en leer in die sekondêre skool is deur Pretorius vir Suid-Afrikaanse omstandighede ondersoek. Hy bevind:

"Dit wil dus blyk dat die verwerkliking van 'n stabiele affektiewe onderrig- en leerklimaat in die klassituasie, voorwaarde is vir effektiewe Wiskunde onderrig." (Pretorius, 1989: 313).

2.3.3 LEEFTES IN NAVORSING OMTRENT HOUDING

2.3.3.1 OORSIG

Gedurende die sestigjare (Aiken, 1970) en selfs in die dekade daarna is daar 'n oorgloed van navorsing gedoen in die veld van affektiewe faktore. Soos wat die kompleksiteit en die probleme meer duidelik geraak het, was die vordering al hoe stadiger, sodat McLeod in 1988 sê:

"Reviews of research often note the importance of affective factors in problem solving. Research on affect, has proceeded rather slowly in these areas; it is generally agreed that such research is more complex and difficult than research on cognition." (McLeod, 1988: 134).

2.3.3.2 TERMINOLOGIE

Een van die vernaamste probleme wat navorsers ondervind, is die gebrek aan definisies en die verwarring wat daar omtrent die terminologie bestaan (McLeod, 1986; Kulm, 1980). Begrippe soos afektiwe faktore, houding, gevoelens, emosies, belangstellings en motivering word om die beurt gebruik sonder dat daar duidelike riglyne bestaan (Bloom et.al., 1981).

2.3.3.3 KOGNITIEWE ASPEKTE

In die veld van Wiskunde is die meeste navorsing gemik op die kognitiewe aspekte en 'n houdingsvraelys word dikwels slegs as 'n nagedagte ingesluit. Dit gebeur selde dat die eksperimentele ontwerp uitsluitlik vir 'n houdingsstudie gedoen word (Kulm, 1980).

2.3.3.4 ALGEMEENHEID

Die meeste navorsing betreffende houdings is gedoen met betrekking tot die eienskappe van Wiskunde en baie selde word daar gekyk na die inhoud (Kulm, 1980). In hierdie verband stem Aiken (1972) saam dat die meeste ondersoek houding teenoor Wiskunde in die algemeen ondersoek, in plaas daarvan dat daar ook op sekere kursusse of afdelings gekonsentreer word. Een van die probleme van hierdie studie is juis dat daar baie min navorsing oor houding in die veld van Meetkunde gedoen is.

2.3.3.5 SAMEVATTING

Soos reeds genoem in 2.1.2.3 gaan ek nie op die kognitiewe aspekte konsentreer nie, maar die studie word uitsluitlik aan die affektiewe faktore gewei.

Die feit dat meeste vorige ondersoeke oor Wiskunde in die algemeen gegaan het, beteken dat die veld van die Euklidiese Meetkunde redelik braak lê. Resultate wat voorheen ten opsigte van Wiskunde behaal is, mag dalk nie van toepassing op Euklidiese Meetkunde wees nie.

2.3.4 HOUDING EN PRESTASIE IN WISKUNDE

Die internasionale ondersoek van Husen (1967) wat op baie groot skaal gedoen is, maar weer eens 'n baie algemene ondersoek na houding is, het 'n lae positiewe korrelasie tussen prestasie en houding teenoor Wiskunde opgelewer.

Die algemene verwagting is dat daar 'n hoër korrelasie tussen houding en prestasie in Wiskunde behoort te wees. Kulm (1980) beweer dat 'n tekortkoming van baie van die studies is dat dit nie ander faktore soos goeie of swak onderwyers en onderrigstrategieë in aanmerking neem nie. Hy beveel ook aan dat daar gekyk sal word na die aspekte van houding op verskillende vlakke van prestasie.

In Suid-Afrika het Visser (1983) uitgebreide navorsing oor houdingsskale gedoen en ook tot die gevolgtrekking

gekom dat daar baie leemtes bestaan. Sy haal Sandman (1974) aan wat dit beskou as een van die redes vir die relatiewe lae korrelasie tussen houding en prestasie in Wiskunde.

Sommige aspekte van houding, soos die selfvertroue wat die leerling in die vak ervaar (Schoenfeld, 1989) en sy eie selfkonsep (Bester, 1988) toon 'n baie hoë positiewe korrelasie met prestasie in Wiskunde.

Alhoewel daar in hierdie ondersoek nie na prestasie gekyk gaan word nie, bestaan daar tog die gevoel dat 'n meer positiewe houding teenoor Meetkunde in die prestasie van die leerlinge sal reflekteer.

2.3.5 VERANDERING VAN HOUDING

In 1970 het Aiken bevind dat daar tot op daardie tydstip baie min navorsing gedoen is oor tegnieke om houding teenoor Wiskunde te verbeter. In sy algemene oorsig van 1980 noem Kulm dat die meeste navorsing betrekking het op die verbetering van prestasie in Wiskunde en dat verandering van houding teenoor Wiskunde selde die onderwerp van 'n navorsingsprojek is.

Navorsing het getoon dat houding redelik stabiel is en nie maklik in 'n kort tydperk verander nie (Kulm, 1980). Dit mag een van die probleme van hierdie ondersoek wees. Dit wil voorkom asof skool-verwante aspekte van houding

geleidelik en oor 'n redelike lang tydperk gevorm word en soduende redelike weerstand bied teen verandering. Houding teenoor Wiskunde is redelik gevestig teen die adolessente jare. In Suid-Afrika beteken dit rondom St.7. (Visser, 1987; Kulm, 1980; Callahan, 1971). Ietwat teenstrydige bevindinge is deur Arguile (1987) gemaak. Hy bevind dat houding teenoor Wiskunde nog verander tot en met St.10. Hy maak egter die gevolgtrekking deur die houding van St.8 en St.10 groepe slegs een keer te meet. Dit mag 'n rede vir die teenstrydigheid wees.

2.3.6 NEGATIEWE HOUDING TENOOR WISKUNDE

2.3.6.1 KOMMER

Daar is tekens van toenemende kommer onder navorsers en opvoedkundiges oor die relatiewe negatiewe houding teenoor Wiskunde (Dosthuizen et.al. 1988; Visser, 1983; Kulm, 1980).

2.3.6.2 IMPLIKASIES

Aiken (1970) noem dat daar reeds in 1960 bevind is dat negatiewe houding teenoor Wiskunde veroorsaak dat leerlinge nie Wiskunde by hulle verdere studierigtings insluit nie. Die gevolge van so 'n stap is verreikend. As gevolg van tegnologiese voortuigang het Wiskundige bedrewenheid 'n voorvereiste vir baie beroepe geword. (Visser, 1983; Arguile, 1987; Williams, 1988).

Visser (1987) het met 'n uitgebreide ondersoek waarin sy meer as 1600 Afrikaanssprekende St. 7 -leerlinge gebruik

het, gevind dat St.7-dogters hoofsaaklik deur houdingsfaktore, eerder as hulle intellektuele vermoens, gelei word as dit by vakkeuse kom.

In Suid-Afrika word Hoërgraad Wiskunde op St.10 vlak dikwels gebruik as keuringsvereiste vir beroepe en studierigtings waarin hoër Wiskundige denke nooit aangewend word nie.

2.3.7 WISKUNDE-ANGS

Wiskunde-angs word gedefinieer as 'n irrasionele en belemmerende vrees vir Wiskunde. Die term word gebruik om die paniek, hulpeloosheid en geestelike ontwrigting te beskryf wat by sommige persone ontstaan wanneer hulle 'n wiskundige probleem moet oplos. (Visser, 1984).

Dit toon sterk ooreenkoms met die oorspronklike definisie wat deur Tobias in 1976 gegee is. (Williams, 1988).

Wiskunde-ang kan beskou word as 'n onderafdeling van houding teenoor Wiskunde (Schoenfeld, 1985). Hierdie onderafdeling van houding speel geen geringe rol in wiskundeprestasie nie. Daar bestaan 'n redelike hoë negatiewe korrelasie tussen prestasie en wiskunde-angs (Visser, 1984; Adams and Holcomb, 1986; Williams, 1988; Hembree, 1990).

Verder is bevind dat dames in 'n groter mate aan wiskunde-angs lei as mans (Visser, 1985). Die angs wat ouers en onderwysers ondervind, word in sommige gevalle na die leerlinge oorgedra. (Williams, 1988; Hembree, 1990).

Die rol wat Wiskunde-angs speel, is van groot belang vir my ondersoek. Ek vermoed dat Wiskunde-angs meer dikwels voorkom ten opsigte van Meetkunde as wat die geval is met die ander afdelings van Wiskunde. Ongelukkig sal geen afleidings hieromtrent gemaak kan word nie.

Wiskunde-angs is die negatiewe pool van houding teenoor Meetkunde. Deur die leerlinge aktief te betrek by die ontdekkingsproses, is ook gepoog om hulle meer betrokke te maak by Meetkunde. (Sien 3.3.2 en 5.3.2.1). Groter betrokkenheid mag lei tot meer selfvertroue en sodoende 'n afname in angs.

2.3.7.1 OORSAKE

In Engeland is daar in 1988 'n navorsingsprojek geloods om vas te stel hoekom volwassenes wat verstandelik in staat is om 'n graad te behaal, aan iets soos wiskunde-angs lei en uiters negatiewe houdings teenoor Wiskunde het, met die gevolg dat hulle nie verder as 'n heel elementêre vlak in Wiskunde kon vorder nie.

Daar is gevind dat alhoewel navorsers meestal eerste na die kognitiewe en intellektuele faktore kyk as daar na

oplossings vir leerlinge se probleme gesoek word, is dit nie waaraan die persone in hierdie ondersoek hulle probleme toeskrywe nie. Hulle meen deurgaans dat:

1. Wiskunde so aangebied was dat dit geen verband met die werklikheid gehad het nie,
2. die gehalte van die onderwys, wat die **houding en kwaliteit** van die onderwyser insluit, die deurslaggewende rol gespeel het, en
3. die aard van die vak, naamlik die strakheid en die onbuigsaamheid, was ook 'n faktor wat bygedra het tot negatiewe houdings (Harper en Quilter, 1988).

Soortgelyke resultate, wat betref die onderwysers en die gehalte van die onderwys, is op sekondêre vlak gevind. (Haladyna et.al., 1981).

2.3.8 ONDERWYSER

Die rol wat onderwysers in negatiewe houdings van leerlinge speel, is reeds bespreek. Gelukkig is die teenoorgestelde ook waar. Goede onderwysers bring positiewe houdings teenoor Wiskunde in die leerlinge na vore (Aiken, 1970; Kulm, 1980; Pretorius, 1989).

"Maar in die besonder moet hy (die onderwyser) sensitief wees vir probleme wat hulle oorsprong het in 'n labiele gevoelslewe by die leerling of 'n ongunstige affektiewe leerklimaat in die

klas. 'n Besondere taak van die Wiskunde onderwyser is dus om 'n stabiele affektiewe, leerklimaat in die onderrigsituasie te skep omdat dit die grondslag vorm vir effektiewe Wiskunde onderrig en leer in die senior sekondêre fase." (Pretorius, 1989: 314).

Die invloed wat deur die onderwysers uitgeoefen word, mag 'n eksterne faktor in hierdie eksperiment wees, soos reeds genoem in 2.2.1. Ek vertrou dat die invloed van die onderwysers konstant sal bly tydens die eksperiment en dit kan alleenlik gebeur as daar nie 'n wisseling van personeel is nie.

2.3.9 OUIERS

Die verwagtings wat ouers omtrent hulle kinders koester asook die aanmoediging wat hulle verskaf, het 'n invloed op die kinders se houding teenoor Wiskunde (Aiken, 1970; Kulm, 1980) en veral vir adolessente dogters skyn dit 'n kritieke faktor te wees (Visser, 1987).

2.4 DIE METING VAN HOUDING

2.4.1 LIKERT-TIPE VRAELYS

Van die verskillende metodes om houding te meet, is die Likert-tipe vraelys die een wat die meeste gebruik word (Oppenheim, 1966; Kulm, 1980). Vir hierdie soort vraelys word 'n aantal stellings gewoonlik op 'n vyf-punt skaal gemerk. Vir elke stelling moet daar aangedui word of daar bes is met die stelling saamgestem word, of daar saamgestem word, of daar onsekerheid is, of daar nie

saamgestem word nie en of daar besluit nie saamgestem word nie. Daar word 'n numeriese waarde aan elkeen van die vyf keuses toegeken en 'n persoon se houding word dan gemeet aan die totaal wat hy op die skaal behaal. Volgens Oppenheim (1966) is dit 'n verbetering op die skale wat net uit twee keuses bestaan. Kline (1986) is van mening dat 'n ongelyke aantal keuses verkieslik is omdat dit vir 'n neutrale keuse voorsiening maak.

2.4.1.1 KRITIEK

Gelyke tellings kan op meer as een manier behaal word. Daar kan ook nie van die skaal afgelei word presies waar die houdings van eifens positief na eifens negatief verander nie. 'n Neutrale houding word dus nie noodwendig deur die middelpunt tussen die hoogste en laagste telling voorgestel nie en ook nie deur die gemiddelde telling nie. Vir hierdie ondersoek is dit nie belangrik om die neutrale punt te bepaal nie.

As dieselfde houdingsskaal twee keer gebruik word, soos in hierdie ondersoek die geval is, moet daar in gedagte gehou word dat persone dikwels nie presies weet hoe hulle oor 'n saak voel voordat hulle nie daarvoor uitgevra word nie. Dit mag klein verskille in die tweede telling veroorsaak (Kulm, 1980). Daar sal noukeurig op gelet word as die resultate van hierdie studie ontleed word.

2.4.1.2 INDIVIDUELE TELLINGS

As daar in verandering van houdings belanggestel word, is dit wenslik om na individuele tellings te kyk (Kulm, 1980; Aiken, 1970). Die gemiddelde telling van 'n groep mag onveranderd bly, terwyl daar groot individuele verskille mag voorkom. Hierdie verskille moet ondersoek word, en waar moontlik opgevolg word met onderhoude.

Ook Landman (1987) beklemtoon die ontleding van individuele tellings in die evaluering van affektiewe leersituasies. Vir hierdie ondersoek word dit wel gedoen. (Sien 5.4.3.1).

2.4.1.3 MINDER GESTRUKTUREERDE VRAE

In 'n gestruktureerde vraelys waar 'n persoon net op bepaalde stellings kan reageer, kan van die fyner nuanses van houding verlore gaan. Kulm (1980) beveel aan dat vrae waarop die persone vrylik kan reageer ook ingesluit word. Dit mag waardevol wees in die interpretasie van die statistiek en dit kan ook meer lig werp op moontlike verandering in houding wat deur onderrigmetodes veroorsaak is. Vir hierdie studie word van twee sulke vrae gebruik gemaak. Sien bylae 1.

2.4.2 METING VAN HOUDING TEENOR WISKUNDE

In Suid-Afrika is uitgebreide navorsing omtrent die meet van houding teenoor Wiskunde gedoen deur Visser (1983; 1987). Sy het die houdingsskale van Crosswhite (1972), Aiken (1974), Sandman (1974) en Fennema en Sherman

(1976) bestudeer en bevind dat almal dieselfde tekortkominge het. Die skale, soms tot soveel as 12, meet faktore wat afhanklik is van mekaar. Dit het duidelik geblyk uit die hoe positiewe korrelasies tussen sommige van die skale.

Vir die skaal van Sandman is hoe korrelasies gevind tussen die skale wat angs, self-konsep, genot en motivering meet.

By die ontleding van die skaal van Fennema en Sherman is 'n hoe korrelasie tussen angs, motivering en selfvertroue in die aanleer van Wiskunde, gevind.

Visser (1987) het toe die volgende vier skale ontwikkel wat, behalwe vir die eerste twee, onafhanklik is van mekaar.

VERTROUE

Hierdie skaal meet 'n persoon se selfvertroue in die aanleer van Wiskunde. Faktore soos angs en die mate van genot wat ervaar word terwyl die persoon met Wiskunde besig is, is hier van belang.

MOTIVERING

Hierdie skaal is moeiliker om te omskrywe. 'n Persoon se gewilligheid en motivering om by

Wiskunde betrokke te raa', asook sy belangstelling in Wiskunde, is hier die faktore wat gemeet word.

WISKUNDE AS 'n MANSVAK

Hierdie skaal bepaal in hoe 'n mate die persoon Wiskunde beskou as 'n vakrigting wat eintlik vir die manlike geslag bedoel is.

DIE GEBRUIKSWAARDE VAN WISKUNDE

Die waarde van Wiskunde in die samelewing word hier beklemtoon.

Die Betroubaarheid en die Geldigheid van die skale is almal voldoende. Die enigste nadeel van die skale van Visser is dat dit oorspronklik vir volwassenes opgestel is. Dit toon egter groot ooreenkoms met die oorspronklike Fennema-Sherman skaal wat vir skoolkinders ontwerp is (Visser, 1983).

2.4.3 GEVOLGTREKKING

Daar word met Visser (1984) saamgestem dat 'n hoe korrelasie tussen die skale van motivering en vertroue verklaar kan word. Motivering en vertroue is twee begrippe wat nou verwant is aan mekaar en daar kan nie altyd 'n duidelike skeidslyn tussen die twee getrek word nie. Vertroue in die hantering van Wiskunde is 'n voorvereiste voordat daar meer betrokke geraak kan word by die vak.

Ek het die vrae van bogenoemde twee skale as uitgangspunt gebruik om 'n vraelys op te stel om houding teenoor Meetkunde te meet. Vanselfsprekend moes die vrae aangepas word omdat die oorspronklike vrae almal oor Wiskunde in die algemeen gegaan het. Nuwe vrae is ook bygevoeg. Die vraelys word later meer volledig in 5.2.4.1.1 bespreek. Die volledige vraelys kan in bylae 1 gevind word.

HOOFSTUK 3

ONTDEKKENDE LEER

"I hope that posterity will judge me kindly, not only as to the things which I have explained, but also to those which I have intentionally omitted, so as to leave to others the pleasure of discovery."

Rene Descartes

(1496-1560)

La Geometrie

3.1 GESKIEDKUNDIGE OORSIG

3.1.1 DIE VRAAGSTELLENDSE METODE

Die vraagstellende onderwysbenadering word ook soms die Sokratiese metode genoem omdat dit miskien in sy mees perfekte vorm aangewend is deur die Griekse filosoof Sokrates (470-399 v.C.). Sy strategie van goed gekose vrae is aangevul deur antwoorde met beperkte inligting (Polya, 1963; Duminy, 1972; Maarschalk, 1974; Laridon, 1981).

"Vir Sokrates het onderwys nie bestaan uit die oorgiet van kennis nie maar uit die ontlokking en sistematisering van kennis en waarhede wat reeds sluimerend in die gees aanwesig is. Ten einde die ideaal te bereik, het hy op die oplossing van 'n probleem afgestuur deur middel van 'n reeks noukeurig gekose vrae." (Duminy, 1972: 60),

Die alternatief van die vraagstellende metode word die aantonende of informasieverskaffende onderwysbenadering genoem.

"Van meet af was daar twee basiese aksentueringe in die onderwys, 'n aantonende en 'n vraagstellende benadering. Die aantonende was en is waarskynlik in die praktyk die vanselfsprekend aanvaarde benadering," (Maarschalk, 1974: 8).

3.1.2 METODE VAN ONTDEKKING

Volgens Maarschalk (1974) word daar deur verskeie skrywers in die Opvoedkunde na die vraagstellende metode as 'n metode van ontdekking verwys.

Sonder dat dit ooit werklik didakties gemotiveer was, is die metode reeds in die 19de eeu deur skrywers gepropageer. Maarschalk (1974) haal Page aan wat reeds

in 1847 geskrywe het:

"There is great satisfaction in discovering a difficult thing for one's self and the teacher does the scholar a lasting injury who takes the pleasure from him. The teacher should simply be suggestive..." (Maarschalk, 1974: 4).

3.1.2.1 VERABSOLUTEER

Gedurende die laat negentiende eeu en begin twintigste eeu word daar oordrewe klem op die vraagstellende benadering gelê deur opvoedkundiges, maar sonder dat dit werklik in die praktyk inslag vind. Op daardie tydstip was daar geen leerteorie om die vraagstellende metode van onderrig te onderskraag nie. Gebrek aan 'n teoretiese grondslag het gelei tot oordrewe klem en selfs verabsoluttering van die vraagstellende metode. Veral in Brittanje, kan hierdie proses gesien word as 'n teenreaksie teen die starre onderwyspraktyk wat daardie tyd algemeen was (Maarschalk, 1974; Duminy, 1972).

3.1.2.2 HEURISTIESE METODE

Volgens Maarschalk (1974) was dit die Brit, Amscrong, wat hierdie metode die heuristiese metode genoem het.

Die woord "heuristies" is afgelei van die Griekse woord "huriskein" wat beteken "om te ontdek" (de Villiers, 1986; Maarschalk, 1974; Polya, 1957).

Maarschalk (1974) sien die Heuristiek as oorkoepelend en opsigte van metode; dit bevat 'n voor-metodiese en

"n na-metodiese gedeelte. So gesien, kan daar nie van 'n heuristiese metode gepraat word nie, maar eerder van die heuristiese funksie van 'n metode. Vergelyk ook 3.2.2. In die kognitiewe heuristiek word onderskei tussen drie verloopsmomente, naamlik wonder, soek en vind.

3.1.3 NA-SPOETNIK ERA

Na die verabsoluttering in Brittanje en twee wêreldoorloë het die didaktiese heuristiek weer in onbruik geraak om maar telkens weer te herleef hoofsaaklik as reaksie teen stereotiepe onderwysbenaderinge.

Na die lansering van die Russiese spoetnik in 1957 het die Westerse wêreld, en veral die V.S.A. hul agterstand op wetenskaplike en tegnologiese gebied ontleed en teruggevoer na die gehalte en aard van hulle Wetenskap- en Wiskunde-onderwys (Oosthuizen et.al., 1988; Malan, 1986; Maarschalk, 1974). Op daardie tydstop was die heuristiese benadering weer in onbruik en die aard van die onderwys baie aantoonend of ostensief.

3.1.3.1 BRUNER EN AUSUBEL

Gedurende die sestigerjare was dit veral J.S.Bruner wat die metode van ontdekking weer op die voorgrond gebring het (Bruner, 1960; 1961). Hy onderskei tussen die "expository mode" en die "hypothetical mode".

"In the former, the decisions concerning the mode and pace and style of exposition are

principally determined by the teacher as expositor; the student is the listener.

In the hypothetical mode, the teacher and the student are in a more cooperative position with respect to what in linguistics would be called 'speaker's decisions'. The student is not a bench-bound listener, but is taking a part in the formulation and at times may play the principal role in it." (Bruner, 1961: 23).

Ander uitsprake van Bruner was baie eensydiger gestel en vervolgens lok hy baie sterk teenkorting van Ausubel (1963; 1978) uit. Ausubel sê die uniekheid van die mensdom lê juis daarin dat elke geslag nie weer alles van voor af hoef te ontdek nie, maar dat dit oorgedra word van die een geslag na die ander.

Die vernaamste punte van kritiek wat Ausubel teen die metode van ontdekking opper is die volgende:

- * Leer deur middel van die metode van ontdekking gee nie aanleiding tot betekenisvolle leer nie. Leerlinge maak soms gevolgtrekkings en veralgemenings wat nie altyd korrek is nie.
- * Swakker leerlinge word verwar deur 'n metode van ontdekking omdat hulle nie die onsekerheid wat daarmee gepaard gaan, kan hanteer nie. Slegs 'n paar uitgesoekte leerlinge mag baat vind daarby.

* Die metode is te tydrowend. Alle kennis kan tog nie van voor af herontdek word nie. (Ausubel et.al., 1978).

Hierdie siening van Ausubel is, myns insiens, baie eng. Die meeste van sy kritiek is gerig op 'n metode wat dui op 'n verabsoluttering van die metode van ontdekking. Hierdie siening word deur Maarschalk (1974) gedeel.

Deur 'n metode van geleide ontdekking te volg soos beskrywe in die res van hierdie hoofstuk, word na al hierdie punte van kritiek omgesien. Dit word ook duidelik weerspreek in die toepassing. (Sien Hoofstuk 5.)

Later gee Ausubel (1978) egter erkenning aan die metode van ontdekking, maar met deeglike voorbehoude:

"Learning by discovery has its proper place in the repertoire of accepted pedagogic techniques available to teachers. For certain designated purposes and for certain carefully specified learning situations, its rationale is clear and defensible." (Ausubel et.al., 1978: 519).

3.2 VANAF DIE SEWENTIGER JARE

3.2.1 TERMINOLOGIE

Dit is raadsaam om noukeurig te let op die verskillende terme wat deur skrywers gebruik word om basies dieselfde begrippe te omskrywe.

Maarschalk (1974) voel baie sterk daaroor dat die metode van ontdekking of die heuristiese aard van die metode nie gelyk gestel moet word aan 'n induktiewe of deduktiewe metode nie. Alternatiewe wat vir die vraagstellende metode in die literatuur voorkom is metode van ontdekking, selfwerkzaamheid, selfdinkmetode, selfondersoek, ondersoekmetode, kreatiwiteitsmetode, metode van probleemoplossing en eksperimentele metode.

Ontdekkende leer kan plaasvind deur middel van induktiewe of deduktiewe metodes (Maarschalk, 1974; Bell, 1978; Hershkowitz en Bruckheimer, 1985).

Duminy (1972) gebruik die terme probleemstellingsmetode en heuristiese metode as onderdeel van selfaktiwiteit.

Ook Fey (1980) voel dat daar 'n gebrek aan gedefinieerde begrippe is. Maarschalk se publikasies van 1974 en 1977, waarvan Fey dalk nie geweet het nie, dra baie daartoe by om hierdie probleem op te los.

"Yet for some, the essential difference between discovery and expository instruction is the amount of guidance by the teacher, for others, it is a difference between inductive and deductive presentation of mathematical principles, and for still others, discovery implies an active rather than a passive involvement in the learning situation." (Fey, 1980; 405).

Ek verkies die terminologie van Maarschalk. Hy onderskei tussen die heuristiese en die ostensiewe benaderings (Maarschalk, 1974; 1977).

* Ostensief beteken om iets wat voorheen onbekend was aan te toon, aan te wys, te onthul of om dit gewoonweg te verduidelik. Die didaktiese Ostentiek het dus te doen met die opvoeder se ontsluiting van die werklikheid aan die kind langs ostensiewe weg.

* Die heuristiese benadering (sien ook 3.2.2) beteken om die leerling te laat ontdek. Daar kan onderskei word tussen primêre heuristiek wat spontane ontdekking behels en sekondêre heuristiek waar daar van meer formele, beredeneerde ontdekking sprake is.

3.2.2 HEURISTIEK EN OSTENTIEK

Alhoewel die terme heuristiek en ostentiek gebruik gaan word, moet daar in gedagte gehou word dat daar vele ander terme in gebruik is met dieselfde betekenis. Sien ook 3.2.1.

3.2.1.1 TWEE POLE: HEURISTIEK EN OSTENTIEK

Maarschalk (1974) sien aanvanklik die onderwys as tweepolige gebeure met die heuristiek as een pool en die ostentiek as die ander pool. Die didaktiese heuristiek

moet telkens gepolariseer word deur die didaktiese ostentiek. So beskrywe Maarschalk wat Fenton gesê het:

"By die een pool is daar verduidelikings en alle leirade word verskaf. By die ander pool is daar ontdekking en geen leirade word verskaf nie. Tussen die twee pole is daar 'n onderwyskontinuum waar vrae die leirade is." (Maarschalk, 1974: 6).

Later het Maarschalk sy siening effens gewysig, sien 3.2.1.3

3.2.1.2 WISSELWERKING TUSSEN HEURISTIEK EN OSTENTIEK

Die meeste Opvoedkundiges is van mening dat onderwysgebeure 'n wisselwerking van heuristiese en ostensiewe metodes behoort te wees, soos sal blyk uit die volgende. (Onsthuizen, et.al. 1988; Andrews, 1984; Bell, 1978; Maarschalk, 1981; 1974; Duminv, 1972; Friedlander, 1965;).

Friedlander praat van 'n balans wat gehandhaaf moet word:

"The crux of the matter is to seek just the right level of uncertainty that act as a stimulant to thought but does not tip the balance and become a threat to competence." (Friedlander, 1965: 35).

Bell beklemtoon ook dat die leerlinge in staat moet wees om die kennis wat hulle deur ontdekking opdoen, toe te pas en daarvoor het hulle die ingryping van die onderwyser nodig.

" After a discovery has been made by the class, the teacher should assist students in formulating an understandable and useful statement of it, encourage the class to test the validity of the discovery. These activities should be followed by practice and application of the discovery." (Bell, 1978: 245)

"Die begeleidende hulp van die onderwyser is nodig, ener syds om die verloop van die didaktiese heuristiek so suiwer en effektief as moontlik te hou, en andersyds om waar nodig die momente van die heuristiese didaktiek te verstewig deur die didaktiese oostentiek." (Maarschalk, 1974: 118).

3.2.1.2.1 PRAKTYK

Ungelukkig beteken hierdie wisselwerking in die praktyk dikwels die onderbeklemtoning van die didaktiese heuristiek (Garofalo, 1989; de Villiers, 1986; Schoenfeld, 1985; Burton, 1984; Laridon, 1981; Maarschalk, 1974; Duminy, 1972; Polya, 1963).

"Perhaps the most troubling aspect of the present study is the suggestion that these students have come to separate school mathematics - the mathematics they know and experience in their classrooms - from abstract mathematics, the discipline of creativity, problem solving and discovery, about which they are told but which have not experienced." (Schoenfeld, 1985: 347).

Ook in Suid-Afrikaanse literatuur word verwys na oorbeklemtoning van die meer ostensiewe metodes en daarmee gepaardgaande die gebrekkige ontwikkeling van kreatiewe denke.

"Die kreatiwiteit en vermoë van leerlinge om probleme self op te los, word maar te dikwels in die klaskamersituasie onderskat." (de Vries, 1986: 124).

3.2.1.3. VERVLEGTING VAN DIE HEURISTIEK EN DIE OSTENTIEK.

Alhoewel die vorige paragraaf dit duidelik maak dat nie die Heuristiek of die Ostentiek verabsoluteer moet word nie, maar dat in voortdurende wisselwerking tussen die twee die mees gewenste benadering is, hou ek baie van die wysiging wat Maarchalk (1977) in sy beskouing aanbring. In plaas van twee afsonderlike pole met die

heuristiek aan die een kant en di. Ostentiek aan die ander kant, sien hy nou die onderwysgebeure as 'n vervlegting van die twee benaderings.

"Dit skyn eenvoudig ondenkbaar dat daar 'n slegs ostensiewe of 'n slegs heuristiese onderwysgebeure kan wees, maar baie meer waarskynlik dat alle onderrig 'n onderskeibare maar onskeibare vervlegtheid van die twee modi is." (Maarschalk, 1977: 2).

In 1981 gaan Maarschalk verder en praat selfs van 'n didaktiese eenheid van die twee benaderings. In die praktyk beteken dit dat die onderwyser nie net van die een benadering na die ander oorskakel nie, maar soms van albei benaderings gelyktydig gebruik maak.

Vir hierdie ondersoek is die vervlegtheid van die twee benaderings en hulle wesentlike onskeibaarheid belangrik. Omdat die ostensiewe gewoonlik in die praktyk oorbeklemtoon word, (sien 3.2.1.2.1), is daar gepoog om die onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer, te motiveer om meer dikwels van metodes met 'n sterk heuristiese funksie gebruik te maak. Vergelyk 5.3.2.2.

3.3 METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING

Vir hierdie ondersoek sal daar verwys word na 'n metode van geleide ontdekking. Behalwe die ander alternatiewe terme, soos genoem in 3.2.1, moet daar in hierdie

stadium net genoem word dat daar in die Afrikaanse literatuur ook melding gemaak word van geforseerde of ontlokte kreatiwiteit" (Snyman, 1982).

3.3.1 WAAROM 'N METODE VAN ONTDEKKING?

'n Belangrike kenmerk van 'n metode van ontdekking, is die oordraagbaarheid van kennis wat so opgedoen word, met ander woorde die vermoë om die kennis ook op ander terreine toe te pas (Strauss, 1983; Bell, 1978; Maarschalk, 1974; Polya, 1963; Bruner, 1961). In die lig van snelle tegnologiese en wetenskaplike ontwikkeling is dit miskien die belangrikste eienskap van die metode.

"Kennis wat vandag deur ostensiewe weg ontsluit is, is m&ere reeds uitgedien en verouderd. Kennis wat langs heuristiese weg ontsluit is, raak eweneens gou verouderd, maar die l&rende raak vertrou met die daarstelling en aanwending van 'n seekontwerp waarmee nuwe kennis steeds ontsluit kan word. Kortom, hy leer 'n heuristiese lewensstyl aan wat hom goed te pas kom in 'n veranderende w&reld."

(Maarschalk, 1974: 100).

Ausubel (1978) is van mening dat hierdie tempo van verandering waarna Maarschalk verwys, baie vergroot word. Sy verweer is dat die besonderhede verander, maar dat die basiese beginsels dieselfde bly.

Daarteenoor beklemtoon Bruner weer:

"It is only through the exercise of problem solving and the effort of discovery that one learns the working heuristic of discovery, and the more one has practice, the more likely is one to generalize what one has learned into a style of problem solving or inquiry that serves for any kind of task one may encounter. (Bruner, 1961: 31).

Polya (1957) is 'n bekende voorstander van die metode van ontdekking en baseer al sy onderwys daarop. Volgens hom is dit die ideale manier om strategieë vir probleemoplossing te onderrig.

"What you have been obliged to discover by yourself, leaves a path in your mind which you can use again when the need arises." (Polya, 1963: 330).

3.3.2. BESKRYWING VAN METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING

Die belangrike kenmerke van die metode van geleide ontdekking is simpatieke leiding deur die onderwyser, (sien 3.3.4), hoofsaaklik met die hulp van goed gekose vrae (sien 3.3.5) en 'n definitiewe aktiewe deelname deur die leerlinge (sien 3.3.3).

Weens die vervlegtheid van die Heuristiek en die Ostentiek in die onderwyssituasie, soos in die vorige

paragraaf bespreek, is dit moeilik om die graad van begeleiding af te teken. Maarschaik (1974) het wel so 'n interaksieskaal ontwerp waarop ostensiewe en heuristiese momente aangedui kan word, maar la - (1981) meen hy dat daar eerder 'n didaktiese eenheid in die ostensiewe en heuristiese benaderings bestaan.

Vir die eksperimentele groep is daar duidelike voorskrifte aan die onderwysers gegee oor hoe om 'n meer heuristiese onderwysstyl te handhaaf, omdat dieselfde oorbeklemtoning van die ostensiewe wat in 3.2.1.2.1 bespreek is, ook hier aangetref is. Die lesmateriaal wat voorsien is, sien 5.3.2.2, het ook bygedra tot die verwesentliking van die heuristiek.

Daar moet egter op gewys word dat die uiteindelijke uitlewing van die onderwysstyl verband hou met die persoonlikheid van die betrokke onderwyser. Dit is 'n eksterne faktor wat nie maklik gekontroleer kan word nie.

3.3.3 AKTIEWE DEELNAME

Leerlinge kan nie self leerstof ontdek en terselfdertyd passief en onbetrokke bly nie. Dit is miskien die rede hoekom Snyman (1982) praat van geforseerde kreatiwiteit.

Aktiewe deelname in die metode van ontdekking kom daarop neer dat die leerling aktief deelneem aan die leerproses

en dikwels ook in bydrae maak ten opsigte van die formulering van die leerstof. (Garofalo, 1989; Strauss, 1984; Bell, 1978; Maarschalk, 1974; Friedlander, 1965; Bruner, 1961).

Opvoedkundiges is dit eens dat leerlingbetrokkenheid en selfwerkzaamheid voorvereistes is vir sinvolle leer (Oosthuizen et.al, 1988; Schoenfeld, 1985; Burton, 1984; Strauss, 1984; Laridon, 1981; Bell, 1978; Maarschalk, 1974; 1977; Duminy, 1972; Polya, 1963).

"Sonder selfaktiwiteit aan die kant van die leerling is daar geen sprake van kreatiewe onderwys nie. Meer geleenthede vir selfwerkzaamheid en selfgerigte leer verhoog die persoonlike betrokkenheid van die leerling by sy werk... ". (Strauss, 1984: 95).

Burton (1984) sê dat die vermoë om wiskundig te dink, aangeleer kan word mits 'n gunstige klasatmosfeer geskep word. Sy lê baie klem daarop dat die onderrig leerling-gesentreerd moet wees en dat die leerlinge bewus gemaak moet word van hulle denkprosesse. Die leerling moet kritiese deelnemers aan die onderrigproses wees.

Die klasatmosfeer moet sodanig wees dat die leerlinge aangemoedig word om

kritiese vrae te vra,

resultate te bevraagteken,

menings uit te ruil,

gedagtenigtings te verander en om

gevolgtrekkings te maak en te toets (Burton, 1984).

Waarskuwings teen leerlinge wat gewoon raak om as passiewe luisteraars op te tree sonder om intens in die leerstof betrokke te raak is volop in die literatuur. Ek volstaan by de Villiers se opmerking.

"... maar aan die anderkant bel in die gevaar ook ewe groot dat leerlinge later in onbereidwilligheid kan begin openbaar om probleme self te probeer oplos, en begin verwag dat die onderwyser altyd eers in voorbeeld sal demonstreer waarna hulle bloot aksies moet naboots. Die vermoede bestaan d so in "geroeflik-passiewe" perspektief op die styl, as dit eers gevestig geraak het, uiters moeilik verander kan word." (de Villiers, 1986: 124).

Vir my studie mag dit een van die probleme wees. Daar is gepoog om weg te breek van bogenoemde leerstyl en om alle leerlinge te betrek, self die swakkeres. In hoeverre daarin geslaag is, sal miskien uit die uitslag

van die eksperiment blyk. Met die aanvang van die eksperiment was dit duidelik dat sommige leerlinge reeds die "gerieflik passiewe" fase betree het, veral met betrekking tot Meetkunde.

3.3.4 DIE ROL VAN DIE UNDERWYSER

Die rol van die onderwyser in die metode van geleide ontdekking is deurslaggewend, want dit is hy wat die hele verloop bepaal. Volgens Pretorius (1989) sal die onderwyser wat sy onderrigtaak met erns aanpak, 'n aanvoeling ontwikkel vir die hoeveelheid leiding wat op 'n spesifieke tydstip wenslik is.

Maarschalk (1974) sien die funksie van die onderwyser as tweeledig van aard. Eerstens moet hy die verloop van die heuristiek by sy leerlinge bewerkstelling deur hulle te begelei om self te vind. Dan moet hy die heuristiese verloop verstewig deur die didaktiese ostentiek.

Dit beteken nie dat die onderwyser minder aktief is of dat daar minder eise aan hom gestel word nie. Inteendeel, hy speel steeds 'n sentrale rol, maar minder opsigtelik, minder regstreeks en minder direk. Die leerlinge neem deel aan die proses en mag soms die verloop van die onderwysgebeure bepaal. Die vrae van die leerlinge word op subtiel en kundige manier weer na hulle teruggelei. Die aspek van vrae word ook in 3.3.5 bespreek. Vergelyk ook 3.3.5.2.

3.3.4.1 DIDAKTIESE OPENHEID

baie opvoedkundiges bepleit wat Maarschalk (1974: 156) 'n didaktiese openheid in die benadering van die onderwyser noem (Pretorius, 1989; Garofalo, 1989; Strauss, 1984; Bell, 1978; Duminy, 1972):

"... benadering moet dan gesien word as 'n didaktiese oop situasie met die onderwyser wat deurentyd die prerogatief het om te improviseer en in die lig van die veranderende omstandighede en 'n terugvoer deur leerlinge, van besluit te mag verander." (Maarschalk, 1974: 156).

Die onderwyser moet dus voortdurend gewillig wees om van voorafbeplande strategieë af te wyk indien die gedagterigting anders verloop as wat hy voorsien het. Dit stel natuurlik baie hoe eise aan die onderwyser. Hy moet 'n meester van sy vak wees en oor genoeg selfvertroue beskik om enige onverwagte wending positief te benader. Uit ondervinding weet ek dat daar nie baie onderwysers in Wiskunde is wat sulke situasies verwelkom en kan hanteer nie.

Bell (1978) waarsku teen lesse wat oor-gestruktureerd is en waarin die leerlinge sonder enige aktiewe deelname net sit en wag dat die onderwyser die verloop van die ontdekking moet bepaal.

Aan die anderkant pleit Friedlander (1965) weer vir 'n mate van gestruktureerdheid, maar as daar onthou word dat dit eintlik 'n reaksie teen Bruner (1961) se oorbeklemtoning van vrye ontdekking was, dan kan sy siening met die van Bell vergelyk word. Hy wil net waak teen onsekerhede en dubbelsinnighede wat die leerlinge mag verwar. Ook Maarschalk (1974) maan dat daar gewaak moet word teen leerlinge wat in die ontdekkingsproses mag mistas.

3.3.4.2 TONEELSPEL

Polya (1963) noem onderwys 'n kuns en sê dat dit verband het met die kuns van toneelspel. As die onderwyser verveeld lyk omdat hy al dieselfde feite herhaaldelik 'ontdek' het, sal dit besluit afbreek doen aan enige entoesiasme wat die leerlinge mag hê. Die onderwyser moet altyd in gedagte hou dat dit wit vir hom stereotiep is, vir die leerlinge oorspronklik mag wees. Die onderwyser moet probeer om opgewonde te lyk oor die vooruitsigte van 'n ontdekking en hy moet 'n atmosfeer van afgagting by die leerlinge skep. Die houding van die leerlinge teenoor die vak sal sekerlik deur so 'n benadering beïnvloed word.

Oppervlakkig beskou, mag dit na 'n mate van onegtheid by die onderwyser lyk omdat hy eintlik voorgee dat hy nie weet nie en saam met die leerlinge ondersoek instel. (Maarschalk, 1974).

Omdat hy presies weet waarheen hy mik, moet die onderwyser nie outokraties optree en inisiatief aan die leerlinge se kant smoor nie (Pretorius, 1989).

In 'n Meetkunde-klas waar die leerlinge saamwerk, gebeur dit dikwels dat hulle alternatiewe wil ondersoek waaraan die onderwyser nie gedink het nie. Dan is hy verplig om werklik saam te soek.

3.3.4.3 TYDFAKTOR

Dat ontdekkende leer te tydrowend is, is die algemene kritiek teen die metode (Ausubel et.al., 1978; Ausubel, 1963; Bell, 1978). Dit is die onderwyser se taak om die die les so te monitor dat daar reg geskied aan die metode van geleide ontdekking eerder om onnodig tyd te verspil met gedagterigtings wat nie relevant is nie. Vergelyk ook 5.3.1.4.

3.3.4.4 OPLEIDING VAN ONDERWYSERS

Die snelle ontwikkeling op alle terreine van die samelewing bring mee dat die huidige onderwysers in die sekondêre skool te staan kom voor situasies waarvoor hulle nie deeglik opgelei is nie. Hulle eie skoolopleiding was meestal van 'n heel ander aard as wat vandag van hulle verwag word. Polya sê tereg:

"A teacher who acquired whatever he knows in mathematics purely receptively can hardly promote the active learning of his students."
(Polya, 1963: 339).

"Hoewel daar in die onderwys in toenemende mate 'n bewuswording bestaan dat onderwys nie net uit kondisionering bestaan nie, kom daar in die praktyk nog nie veel van kreatiewe selfrealisering tereg nie. Dit is seker nie oordrewe nie om te beweer dat die leemte in die onderrigmetodes op skool met betrekking tot die ontwikkeling van kreatiewe denke, teruggevoer kan word na die opleiding van onderwysers nie." (Strauss, 1984; 93).

Met betrekking tot Meetkunde is die toestand geensins beter nie. 'n Enigsins ontstellende oevinding wat uit Human et.al. (1989) se ondersoek gespruit het, was dat selfs goedgekwalifiseerde Wiskunde-onderwysers 'n besonder lang en gebrekkige perspektief op die aard en funksies van die aksiomatiese metode in Wiskunde het. Vergelyk ook 4.6.2.5.

3.3.3 LEIDING DEUR MIDDEL VAN VRAE

Polya beskryf die funksie van vrae pragtig in sy bekende boek "How to Solve it" (1957). Wek die leerlinge se nuuskierigheid deur aan hulle probleme te stel waarin hulle belangstel en wat binne die bestek van hul ervaring en vakkenris val. Lei hulle voort met stimulerende vrae en laat hulle die intellektuele bevrediging en opgewondenheid ervaar wat met ontdekking in Wiskunde gepaard gaan.

Maarschalk stel dit so:

"Deur die kundige aanwending van gepaste vrae en antwoord asmede stiltes en pousering, word die onderwyser se antwoord 'n magtige instrument om die leerlinge nie net tot soeke te bring nie, maar ook om te laat vind."

(Maarschalk, 1977: 47).

Selfs Ausubel (1978) wat 'n kritikus van die metode van ontdekking is, erken dat leiderde vrae soortgelyk aan die Sokratiese metode die leerling dwing om aktief betrokke te raak en hom soms lei om sy eie afleidings te maak.

3.3.5.1 FOUTE

Leerlinge is soms huiwerig om vrae in die klas te beantwoord omdat foutiewe antwoorde hulle selfbeeld kan aantas (Oosthuizen, 1988). Dit beteken nie dat foute ten alle koste vermy moet word nie (Tanner, 1989; Oosthuizen et.al., 1988; Strauss, 1984; Maarschalk, 1981; Duminy, 1972).

"The discovery may be guided, but the guidance must not eliminate all false paths." (Tanner, 1989: 22).

Strauss sê dat as die leerling besef sy foute beteken nie verworping nie, dan het dit opvoedkundige waarde.

"Dit beteken dat die leerling toegelaat moet word om foute te maak en 'n ander soekontwerp self moet vind en aanwend om by die oplossing te kom. Die skynbare foute in die kreatiewe denke van die kind moet nie ligtelik afgemaak word nie, maar hy moet aangemoedig word en ondersteun word sodat hy die vrymoedigheid sal hê om te waag, moontlik foute te maak met die wete dat hy nie verwerp sal word nie." (Strauss, 1984: 95).

Ook Maarschalk meen dat selfvind, met die moontlikheid van foute, 'n noodsaaklikheid vir onderwys en opvoeding is. Die sogenaamde ongeborgenheid wat leerlinge by die onderwyser met 'n heuristiese benadering ondervind, is in baie gevalle 'n noodsaaklikheid vir voorbereiding vir die werklike lewe waarin daar ook op 'n ongeburge wyse gesoek sal moet word (Maarschalk, 1981).

Hierdie gevolgtrekking van Maarschalk is belangrik omdat die ongeborgenheid van die leerling gewoonlik as kritiek teen die metode van geleide ontdekking genoem word.

3.3.5.2 GEVOLGTREKKING

Alhoewel dit ekstreem mag klink, hou ek van Smith (1988) se term "teaching-without-telling". Die onderwyser moet die leerlinge uitlok met teenvrae en nie in die versoeking beland om die vrae self te antwoord nie. Ek

sier. Dit as 'n onderwys-styl en kan daarvan netuig dat dit met groot sukses in Meetkundeklasse toegepas kan word. Leerlinge raak gou daaraan gewoond en is gewoonlik gretig om die uitdagings wat dit bied, te aanvaar.

Die leerlinge moet nooit voel dat hulle in die steek gelaat word nie. Dit moet 'n baie simpatieke weerhouding van kennis wees. In hierdie verband speel die affektiewe dimensie 'n groot rol. As die verhouding tussen die onderwyser en die leerlinge spreek van voldoende wedersydse vertroue, die leerlinge nooit bedreig nie, maar sien slegs 'n weerhouding van kennis as 'n uitdaging wat wel binne hulle bereik is omdat hulle die onderwyser se oordeelsvermoë vertrou.

3.3.6 INDIVIDUELE VERSKILLE

Friedlander (1965) onderskei tussen lineêre denkers en intuitiewe denkers.

- * Lineêre denkers sukkel om deur middel van heuristiese metodes te leer. Hulle verkies 'n meer geordende aanbieding van leerstof en mag deur 'n metode van ontdekking gefrustreer word.

- * Intuitiewe denkers floreer in situasies waarin daar op hulle skeppende vermoëns 'n beroep gedoen word. Hulle vorder vlot in heuristiese of ontdekkende situasies.

Die intelligente en kreatiewe kind is meer ingestel op 'n heuristiese antwoord en 'n ostensiewe antwoord smoor sy weetgierigheid terwyl minder begaafde leerlinge 'n meer direkte antwoord verkies (Maarschalk, 1977). Dit moet die onderwyser egter nie daarvan weerhou om almal by die ontdekkingsproses te betrek nie. Ek weet uit ondervinding dat Tanner (1989) die essensie van die metode peil as hy sê:

"Less able students The results they achieve are more limited and the guidance they require is greater, but the experience is just as valuable. (Tanner, 1989: 22).

My ondervinding is ook dat die swakker leerlinge nie noodwendig afgeskeep hoef te word as die metode van onderrig een van geleide ontdekking is nie. 'n Onderwyser wat sy leerlinge goed genoeg kan, weet wanneer hy inligting moet weerhou en wanneer hy dit eerder moet verskaf omdat weerhouding die leerling moontlik sal verwar. As daar slegs 'n paar swak leerlinge in 'n andersins sterk groep is, kan elke swakke saam met 'n sterker leerling gegroepeer word. 'n Ander alternatief is dat die swakkeres naby mekaar geplaas word sodat die onderwyser self kan help sodra hy waarneem dat daar 'n behoefte aan leiding bestaan.

As die klas baie heterogeen is, kan die leerlinge in groepe van drie ingedeel word sodat elke groep ten

minste een sterk en een swak leerling in het. My ondervinding is dat groepwerk soms die aangewese metode is, maar soms is dit beter om waar te neem hoe elke leerling individueel die probleem hanteer.

Die moeilikste probleem om in hierdie verband te oorkom, is om die swakker leerlinge te oortuig dat 'n groot gedeelte van die Meetkunde wel binne hulle vermoë is. de Villiers (1986) noem in die verband dat dit belangrik is om selfvertroue by die leerlinge te kweek, waarsonder hulle nie 'n doelbewuste poging sal aanwend om die probleem te probeer oplos nie. Een manier om dit te bewerkstellig is om aan die leerlinge te toon dat hy vertroue het in hulle oplossingsvaardighede.

Vergelyk ook die bespreking in 5.4 en 5.3.1.2.1.

3.3.7 INTRINSIEKE MOTIVERING

Alhoewel die onderwyser die leerlinge doelbewus lei, moet hy toesien dat sy leiding sodanig is dat dit nie afbreek doen aan die leerlinge se opwinding en trots as hulle ontdekkings maak nie. As die onderwyser kan regkry om op die agtergrond te bly, kan daar iets van Bruner se siening verwesentlik:

"Discovery, with the understanding and mastery it implies, becomes its own reward that is intrinsic to the activity of working." (Bruner, 1960; 172).

Polya (1963), die vroeëre navorsers soos Kersh (1962) en ook meer onlangse opvoedkundiges soos Strauss (1984), deel hierdie siening.

Ook hier is dit belangrik dat die onderwyser sal beseef dat intrinsieke motivering nie in dieselfde mate by alle leerlinge gaan voorkom nie. Die minder kreatiewe leerling mag dit gladnie ervaar nie en gaan baie meer aanmoediging en ondersteuning nodig hê.

3.4 IMPLIKASIES

Die somtotaal van bogenoemde faktore bepaal die atmosfeer in die klaskamer. Die volgende is 'n baie raak beskrywing daarvan:

"The mathematics classroom must be vibrant and interactive and have an atmosphere of inquisitiveness, exploration and discovery. The mathematics teacher should be more of a facilitator and discussion leader and less of a dispenser of information." (Garafalo, 1989: 504).

Vir die doeleindes van die eksperiment is aan al die faktore genoem onder die paragrawe van 3.3 aandag gegee. Sien ook 4.6.2.4.2, 4.6.2.5 en 5.3.

Die affektiewe dimensie is ook nie afgeskeep nie. Die onderwysers is aangemoedig om baie simpatiek te wees in beantwoording van vrae. Ver al in die begin is daar aan die leerlinge se selfvertroue gebou deur hulle 'n redelike mate van sukses te laat ervaar. Die swakker leerlinge is ook betrek deur aan hulle die makliker vrae te vra of deur hulle saam met sterker leerlinge te groepeer. Daar is ook van eenvoudige praktiese werk, soos meting van hoeke, gebruik gemaak om die swakker leerlinge te dwing om saam te werk.

Met die aanvang van die eksperiment is baie klem op mondelinge werk in die klas gelê. Die doele daarvan was om die leerlinge betrokke te kry en hulle te oortuig dat Meetkunde wel binne hulle vermoë is. Baie van die leerlinge was op daardie tydstip reeds daarvan oortuig dat hulle gladnie Meetkunde kan doen nie.

Bogenoemde benadering behoort deel te wees van enige klassituasie volgens didaktiese beginsels reeds bespreek. Dit word slegs hier genoem omdat dit nie in die praktyk algemeen aangetref word nie.

Tydens hierdie eksperiment word daar staatgemaak op die samewerking van die twee onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer. Die lesmateriaal wat volledig voorsien word, is van so 'n aard dat dit 'n

metode van geleide ontdekking baie sterk ondersteun.
Geen klasbesoek word gedoen nie. Aan die einde van die
ondersoek sal daar onderhoude met van die leerlinge van
die eksperimentele groep gevoer word asook skriftelike
verslae van hulle omtrent die metode van aanbieding
verkry word. Vergelyk Hoofstuk 5.

HOOFSTUK 4

EUKLIDIESE MEETKUNDE

"Geometrical truths are in a way asymptotes to physical truths, that is to say, the latter approach the former indefinitely near without ever reaching them exactly."

D'Alembert.

(Parys, 1898)

4.1 MOTIVERING

'n Persoonlike liefde en waardering vir Euklidiese Meetkunde en kommer met betrekking tot die onderrig daarvan in die sekondêre skole in Suid-Afrika, is die vernaamste redes vir hierdie ondersoek. Ek sluit aan by Human en Nel et.al., (1989) as hulle die volgende gevolgtrekking maak:

"Die navorsing ... het een saak baie skerp na vore gebring en dit is dat Meetkunde-onderrig 'n kultuursnit met geweldige moontlikhede is, maar ook 'n terrein is waaroor geweldige onkunde bestaan. Dit is waarskynlik juis die onkunde, enersyds in die sin dat min betroubare kundigheid beskikbaar is en andersyds in die sin dat beskikbare kundigheid nie aan die

onderwyserskorps oorgepra word nie, wat meebring dat die opvoedingswaarde van Meetkunde nie naastenby ten volle geaktualiseer word nie." (Human en Nel, et.al., 1989: 136)

Ook Snyman (1982) spreek sy kommer uit oor die onderrig van Euklidiese Meetkunde in Suid-Afrikaanse skole. Hy voel baie sterk daaroor dat dit wel in beoefening het in die breë spektrum van Wiskunde onderwys.

Malan (197) sê dat enige persoon twee keer moet dink voordat hy meetkunde as skoolvak verdoem. Ten opsigte van die onderwys is die belangrikheid van sintetiese meetkunde daarin geleë dat dit hom so uitmuntend leen tot die ontwikkeling en ontplooiing van leerlinge se intellektuele vermoëns.

Daar bestaan min twyfel dat die onderrig van Euklidiese meetkunde van onskatbare waarde kan wees in die opvoeding van die leerling, mits dit op die regte manier aangebied word.

4.2 TERMINOLOGIE

Die woord meetkunde is afgelei van die Griekse woorde "geo" wat aarde beteken en "metrein" wat beteken om te meet (Snyman, 1982).

Euklidiese meetkunde word ook sintetiese meetkunde of kongruensie meetkunde genoem. Tensy anders vermeld, word

daar in hierdie verhandeling na Euklidiese meetkunde verwys as slegs Meetkunde. Dit word gekenmerk deur 'n baie formele benadering, die bekende en veelbesproke aksiomaties-deduktiewe benadering.

In Euklidiese meetkunde is kongruensie van driehoeke en gelykvormigheid van driehoeke die sentrale tema. Volgens Human en Nel et.al. (1989) is daar ook ander inhoudelike benaderings tot formele meetkunde naamlik,

transformasiemeetkunde,
vektormeetkunde en
analitiese meetkunde.

Vektormeetkunde word ook gekenmerk deur 'n streng aksiomaties-deduktiewe struktuur. Die aksiomas van 'n vektorruimte dien as uitgangspunt. Die ander twee meetkundes kan ook streng aksiomaties aangebied word.

4.3 ATERGROND - EUKLIDIESE MEETKUNDE

Euklides het in die derde eeu voor Christus gelewe en niks omtrent sy herkoms is bekend nie. Hy het in Alexandrië gewerk en 'n skool gestig in die tydperk om en by 300 v.C. (Burton, 1985).

Na die krisis wat Griekse Wiskunde beleef het rondom 350 v.C. toe Pythagoras se volgelinge vir die eerste keer besef het dat daar getalle bestaan wat nie as rasionale getalle geklasifiseer kan word nie, het die klem verskuif en die Wiskunde van daardie tyd het al hoe meer op 'n suiwer meetkundige benadering staatgemaak.

Danksy sy voorgangers soos Thales en Eudoxus was daar dus 'n redelike hoeveelheid meetkundige kennis beskikbaar toe Euklides sy bekende versameling boeke, die "Elemente" geskrywe het. Dit was 'n samevatting van al die wiskundige kennis van die Grieke tot op daardie tydstip en saam met sy eie bydraes het hy alles organiseer, verfyn en in 'n enkele sisteem georden.

Die hele sisteem van sowat 500 stellings berus op 'n paar definisies en tien aksiomas en postulate of "absolute waarhede" soos dit daardie tyd genoem is. Dit word vollediger in 4.4.1 bespreek. In moderne wiskunde word daar nie meer onderskeid tussen postulate en aksiomas gemaak nie. (Boyer, 1968).

Euklides se vyfde postulaat, die parallel-postulaat, het tot in die vroeë 19de eeu dikwels polemieke veroorsaak. Euklides self was ook nie baie gelukkig daarmee nie. Wiskundiges se beswaar teen die postulaat was dat dit nie so vanselfsprekend soos die ander was nie en dus nie sonder meer as aksioma aanvaar kon word nie. Vir meer as 2000 jaar het Wiskundiges tevergeefs probeer om dit uit die ander aksiomas en postulate af te lei. Eers in die 19de eeu is bewys dat die parallel-postulaat onafhanklik is van die ander nege en so het die nie-Euklidiese meetkundes ontstaan. Dit het 'n einde gebring aan die heerskappy van die Euklidiese benadering, wat die ontwikkeling van byna alle wetenskap

vir meer as 20 eeue oorheers het; 'n merkwaardige feit op sigself (Schoeman, 1983; Burton, 1985).

Hierdie tydperk van die Geskiedenis van Wiskunde bevat baie interessante staaltjies wat met groot vrug in die klaskamer gebruik kan word. Ek staan dikwels verstom oor hoe baie onderwysers totaal onkundig is in hierdie verband. In hierdie navorsing gaan van meer as net staaltjies gebruik gemaak word. Vergelyk 5.2.2.1.

4.4 DIE AKSIOMATIES-DEDUKTIEWE STRUKTUUR

Omdat baie van die kritiek teen meetkunde en die onderrig daarvan rondom die aksiomaties-deduktiewe struktuur daarvan draai, word dit vollediger bespreek.

4.4.1 BESKRYWING VAN BEGRIPPE

4.4.1.1 AKSIOMAS

Begrippe soos "punt" en "lyn" is ongedefinieer in sinjetiese meetkunde. Aksiomas is beweringe wat die wiskundige maak aangaande die ongedefinieerde entiteite. Die aksiomas van die wiskundige sisteem vorm die grondslag van die sisteem en mag mekaar nie weerspreek nie.

Dit is baie belangrik om daarop te let dat aksiomas nie absolute waarhede (Sien 4.4.2) is nie, alhoewel daar vir jare so geredeneer is. Aksiomas is gerieflike aannames (Human en Nel et.al., 1989; Dosthuizen et.al., 1988),

geldige beweringe (Kriel, 1975) of selfs veronderstellings ("hypotheses") soos Scrutte (1983) dit noem.

4.4.1.2 DEFINISIES

In 'n tipies wiskundige struktuur speel gedefinieerde begrippe ook 'n belangrike rol. Elke nuwe begrip moet in terme van reeds bekende begrippe gedefinieer word (Oosthuizen et. al., 1988) en die definisies moet ondubbelsinnig wees (Kriel, 1975).

4.4.1.3 STELLINGS

Die logiese afleidings wat deduktief uit die definisies en aksiomas gemaak word, en wat belangrik is vir die uitbouing van die struktuur, word dan die stellings van die struktuur. (Oosthuizen et.al., 1988; Kriel, 1975).

4.4.1.4 INDUKTIENE EN DEDUKTIENE DENKE

Induktiewe denke vind plaas wanneer die algemene eienskappe of wette uit 'n paar spesifieke gevalle afgelei word.

Deduktiewe denke vind plaas wanneer 'n afleiding gemaak word uit 'n algemene beginsel (aksioma) wat reeds aanvaar is.

Beide hierdie twee soorte denkwyses is belangrik vir die uitbouing en ontwikkeling van Wiskunde. Sonder die hoeveelheid meetkundige kennis wat deur die eeue heen

deur die Babiloniers, die Egiptenare en sy Griekse voorgangers op induktiewe wyse ontdek is, sou Euklides geen aksiomas of stellings gehad het om deduktief in 'n struktuur te orden nie (Kriel, 1975).

4.4.2 GESKIEDKUNDIGE OORSPRONG VAN DIE AKSIOMATIES- DEDUKTIEWE DENKWYSE

4.4.2.1 PLATO EN ARISTOTELES

Wiskundiges van die twintigste eeu word nog met dieselfde soort probleme gekonfronteer as die waarmee die Grieke geworstel het.

Plato het 'n abstrakte begrip van wiskundige entiteite gehad. Hy het geglo dat wiskundige entiteite onafhanklik is van die werklikheid en dat hulle 'n realiteit van hulle eie het.

Aristoteles, daarenteen, het weer gereken wiskundige waarhede moet ook fisies waarneembare waarhede wees. In sy voorskrifte vir 'n deduktiewe wetenskap eis hy dat die aksiomas waarop die struktuur gebou word, absolute waarhede, dit wil sê, fisiese waarhede moet wees (Schutte, 1983).

Euklidiese Meetkunde was die eerste voorbeeld van 'n aksiomaties-deduktiewe sisteem en dit het met die verloop van jare die model geword vir alle soortgelyke sisteme; 'n model wat vir die eerste keer in die negentiende eeu in twyfel getrek is.

4.4.2.2 NIE-EUKLIDIËSE MEETKUNDE

Die aksiomatiese-deduktiewe aard van Wiskunde het bly voortbestaan, maar Wiskundiges het begin om die "absolute waarheid" van die aksiomas te bevraagteken.

Dit het deels gebeur as gevolg van die ontdekking van nie-Euklidiese meetkunde in die negentiende eeu deur die Rus, Lobachevsky, en die Hongaar, Bolyai. Hulle ontdekking, wat teenstrydig met die parallel-postulaat van Euklides was, het 'n revolusie in die benadering tot Wiskunde as gevolg gehad.

- * Dit het gelei tot 'n beter begrip van die betekenis van aksiomas.
- * Dit het die moontlikheid geskep vir die totstandkoming van baie verskillende wiskundige strukture.
- * Dit het veroorsaak dat daar pogings was om ander vertakings van die Wiskunde ook te aksiomatiseer. (Jones, 1969).

Hierdie verlies aan sekerheid in verband met die grondslae van Meetkunde, was ook 'n byna ondraaglike filosofiese verlies, omdat die Euklidiese model aanvaar is as model vir alle kennis (Davis en Forsh, 1981).

4.4.2.3 GETALLE-TEORIE

Aan die einde van die negentiende eeu het wiskundiges weereens gepoog om die grondslae van Wiskunde te ondersoek. As gevolg van die krisis in die Meetkunde het

die wiskundiges huile na die getalle-teorie gewend. Verskillende gedagterigtings het ontwikkel, onder meer in Engeland onder Russell en in Holland onder Brouwer (Volmink, 1988). Die teorieë was deurspek van weersprekings omdat daar van verskillende aksiomas uitgegaan is.

Die probleem is toe deur die Duitsers onder leiding van Hilbert aangepak. Die skool van die Formalisme, met die doel om Wiskunde op 'n suiwer en volledige grondslag te plaas, het so ontstaan

"Formalism thus was an attempt to build a foundation for mathematics on a consistent and complete axiomatic system. It was hoped that the application of rigorous methods would yield mathematical results that were beyond any contradiction." (Volmink, 1988: 23).

Hierdie skool met hulle strakke, aksiomaties-deduktiewe benadering het 'n invloed gehad op die groep Bourbaki skrywers wat gedurende die vyftiger en sestigterjare in Frankryk bedrywig was. Huile wou alle Wiskunde herorganiseer in terme van die basiese komponente, Talte publikasies in Versamelingsleer, Algebra en Analise het verskyn en dit het so 'n groot invloed gehad dat dit een van die faktore was wat aanleiding gegee het tot die

grootskaalse veranderings in leerplanne en die totstandkoming van "the new Math" (Davis en Hersh, 1981). Daar was by hulle 'n definitiewe poging om Wiskunde te skei van alle praktiese toepassings (Wang, 1985).

4.4.2.4 MODERNE NEIGING

In 1931 maak Godel sy bevindinge omtrent aksiomas bekend. Hy beweer dat daar geen stel aksiomas ooit volledig kan wees nie (Volmink, 1988). Dit het aanleiding gegee tot die meer moderne siening dat aksiomas slegs gerieflike aannames is of selfs veronderstellings wat weerlê kan word as dit nodig blyk te wees (Schutte, 1983).

Intussen is beseef dat "the new Math" nie so suksesvol was as wat aanvanklik gedink is nie, en skrywers soos Lakatos het begin veld wen met 'n meer informele benadering wat sterk klem lê op ervaring (Lakatos, 1978) en baie probleemgerig is, soortgelyk aan die benadering van Polya (Davis en Hersh, 1981).

"His (Lakatos) purpose was to show the inadequacy of formalism by presenting an alternate picture, a picture of mathematics living and growing, and not fossilized in formal axioms." (Davis and Hersh, 1981: 358).

4.4.2.5 IMPLIKASIES

Teen die bogenoemde agtergrond gesien is dit miskien verstaanbaar dat daar soveel probleme bestaan in die onderrig van 'n aksiomaties-deduktiewe sisteem soos Euklidiese meetkunde. Baie onderwysers is nog steeds daaryn oortuig dat aksiomas eintlik fisiese waarhede is; 'n feit wat sekerlik 'n invloed sal hê op die onderrig wat hulle gee.

4.5 DIE GESKIEDENIS VAN MEETKUNDE ONDERRIG

4.5.1 BUITELAND

Nog voordat die eerste kopieë van Euklides se boeke, die *Elemente*, in 1482 in Venesië (Burton, 1985) gedruk is, is dit alreeds aan Europese Universiteite gebruik. Vanaf die 18de eeu is dit ook in die sekondêre skole in verskeie lande van Europa gebruik. In 1794 het Legendre 'n boek gepubliseer wat veroorsaak het dat die benadering tot die onderrig van meetkunde in Europa minder strak en meer buigsaam geword het (Human en Nel, et.al., 1989).

In Brittanje is Euklides slaafs nagevolg en in die negentiende eeu het 'n praktyk tot stand gekom wat gekenmerk is deur die bestudering van aksiomas, definisies, konstruksies en stellings in 'n vaste volgorde, sonder verwysing na enige praktiese toepassings en met min of geen oefeninge nie.

In sommige Britse handboeke word die Euklidiese strengheid en volgorde tot vroeg in die twintigste eeu gehandhaaf. Dit het verrykende gevolge vir Suid-Afrika gehad omdat ons Onderwys toe onder sterk Britse invloed was (Human en Nel et.al., 1989).

Giles (1982) getuig ook van dieselfde eng benadering wat in sy skooljare, die veertigerjare, in Engeland gevolg was. Sonder om dit ooit te bevraagteken is talle stellings van buite geleer omdat dit die aanvaarde praktyk was.

4.5.1.1 DIE VAN HIELE TEORIE

’n Belangrike bydrae tot die onderrig van Meetkunde is in 1957 in Nederland gemaak toe die eerste boek van die van Hieles verskyn het. As gevolg van die probleme wat hulle studente ondervind het met formele deduktiewe redenering het hulle ’n uitgebreide navorsingsprogram begin (van Hiele-Geldof, 1957). Die inpak wat hierdie navorsing gehad het, blyk uit die baie opvoedkundiges wat daarvan melding maak in hulle navorsing, soos Human en Nel et.al. (1989), Volmink (1988), Reddy (1987), Crowley (1987), Malan (1986), Mayberry (1983) en Hoffer (1981).

Die van Hieles onderskei vyf verskillende vlakke van meetkundige denke wat denkniveaue genoem word (Human en Nel et.al., 1989).

Volgens Mayberry (1983) en Hoffer (1981) kan die vlakke kortliks as volg beskrywe word:

Grondvlak: Herkenning.

Die vlak word gekenmerk deur die herkenning van figure.

Vlak 1: Analise.

Die eienskappe van die figuur word met die figuur geassosieer, maar geïsoleerd en sonder verband met mekaar.

Vlak 2: Ordening.

Nou is daar bewustheid van die logiese verband tussen die eienskappe van die figuur. Definisies is nou sinvol.

Vlak 3: Deduksie

Op hierdie vlak word die rol wat aksiomas, definisies en stellings speel begryp en deduktiewe bewysvoering kan tot sy reg kom.

Vlak 4: Hierdie vlak word volgens Hoffer nie op skoolvlak bereik nie.

Human en Nel et.al. (1989) verskil ietwat in hulle interpretasie van die denkvlakke van die van Hiele's, maar stem met die ander navorsers saam dat die belangrike implikasie is dat leerlinge nie op 'n hoër vlak kan dink en redeneer as daar gebrekkige ondervinding van die laer vlakke was nie.

Die werk van die van Hiele het ook invloed op navorsing in Rusland gehad; in so 'n mate dat die leerplanne verander is (Volmink, 1988; Reddy, 1987; Malan, 1986). Groot sukses is in Rusland behaal met die kursus wat op die teorie van die van Hiele gebaseer is (Human en Nel et.al., 1989; Crowley, 1987; de Villiers, 1986).

4.5.2 SUID-AFRIKA

Die onderrig van Euklidiese Meetkunde in Suid-Afrika was aanvanklik onder Britse invloed en vandaar is dit ook gekenmerk deur 'n strakke en formele benadering. Beperkte hoeveelhede Analitiese Meetkunde en Vektormeetkunde skyn mekaar af te wissel.

Die aanbieding van Euklidiese meetkunde het skynbaar nog altyd probleme veroorsaak. In 1967 sê Malan dat die gebruik om formele stellings in eksamens te vra, onder ernstige verdenking staan. Dis trouens een van die redes waarom sintetiese meetkunde soveel van sy aansien verloor het. Leerlinge word afgerig om bewyse paraat te produseer en die ware doel van bewysvoering word heeltemal uit die oog verloor.

4.6 DIE HUIDIGE PRAKTYK VAN MEETKUNDE ONDERRIG

Die afgelope paar dekades het meetkunde leerplanne in die meeste lande drasies verander. Ook in Suid-Afrika het redelike wysigings plaasgevind, in beide die inhoudelike en die wyse van benadering.

4.4.1 ELDERS

Toe Wiskunde leerplanne in die sestigerjare gemoderniseer is, het Euklidiese meetkunde onder skoot gekom, hoofsaaklik weens die metodes van aanbieding soos bespreek in 4.5.

Behalwe vir die V.S.A. Indië en Pakistan waar Euklidiese meetkunde nog op redelike skaal aangebied word, het dit in ander lande byna heeltemal uit die leerplanne verdwyn. In sommige lande word dit by 'n paar uitgesoekte skole aangebied.

Euklidiese meetkunde is hoofsaaklik vervang met transformasiemeetkunde, vektormeetkunde of analitiese meetkunde (Bloom, 1984; Human en Nel et.al., 1989). Die benadering het ook meer informeel en eksperimenteel geword. (Carpenter et.al., 1988; Reddy, 1987; Suydam, 1985; Giles 1982). Die hoeveelheid meetkunde wat onderrig word, het ook drasties verminder. Die Bourbaki groep (sien ook 4.4.2.3) het ook in hierdie opsig groot invloed gehad want hulle het wegbeweeg van die ruimtelike en meer op die getalstelsels gekonsentreer. Veral op die vasteland was hulle invloed duidelik merkbaar.

Bloom merk tereg in 1984 by ICME 5 in Australië op:

"There seemed to have been a general decline in interest in Geometry at secondary school level. This had followed several years of attack on

the traditional approach to the teaching of Euclidean geometry in favour of a more modern approach." Bloom, 1984: 254).

By ICME 5 in Hongarye se Bloom:

"These (meaning computers and statistics) together with a general community call to teach useful and relevant mathematics, meant that geometry in many Western countries slipped from its central role in the secondary mathematics curriculum." (Bloom, 1988: 375).

Dit wil voorkom of daar nie eenstemmigheid bereik kon word oor presies waarmee Euklidiese meetkunde vervang moet word nie en dat die veranderinge nie oral goed beplan was nie. Sien ook Love (1989) se verslag in 6.4.1.1 omtrent die toestand in Engeland. Dit is interessant om van Usiskin (1987) te verneem dat die 23 lande wat aan die tweede internasionale opname vir prestasie in Wiskunde deelgeneem het, sulke verskillende meetkunde leerplanne gehad het, dat van die 40 voorgestelde meetkunde vrae, slegs 3 deur almal gebruik kon word.

4.6.1.1 BEDENKINGE

Intussen is daar 'n toenemende bewustheid van die leemte wat goen kennis van Euklidiese meetkunde gelaat het (Howson and Kahane, 1986). Leerlinge het 'n behoefte aan meetkundige oriëntering.

Van die ander meetkundes, soos byvoorbeeld vektormeetkunde, kan slegs sinvol geïnterpreteer word indien 'n leerling reeds op 'n ander manier met meetkunde vertrou is geraak het (Freudenthal in Human en Nel et.al., 1989).

Die invloedryke Fransman, Dieudonné, een van die Bourbaki groep, (sien ook 4.4.2.3), was die groot kampvegter wat Euklidiese meetkunde totaal en al met vektormeetkunde wou vervang omdat dit, volgens hom, dieselfde doel kan dien. Sy bekende slagspreuk "Euclid must go" dateer uit 1959 (Usiskin, 1987). By die internasionale kongresse in 1972 en 1976 is hy skerp gekritiseer deur die meetkundiges René Thom en Micheal Atiyah. Dit word genoem deur Kapadia (1985), wat sy doktersgraad in Engeland behaal het met 'n proefskrif oor die pedagogiese waarde van formele meetkunde.

"Atiyah also argues for the re-introduction of Euclidean geometry at school level. He highlights the importance of the visual approach in mathematics which is nurtured through geometry." (Kapadia, 1985: 54).

By ICME 5 in 1984 was daar ook blyke dat sommige lande hulle besluit, om weg te doen met Euklidiese meetkunde, betreur. Die Aksiegroep vir die senior sekondêre skool was dit egter eens dat die benadering nie so formeel as in die verlede moes wees nie.

"But Euclidean geometry provides a good model of our space and it is important in the further study of mathematics. Students should certainly have some exposure to Euclidean geometry at secondary school level." (Egsgard en Fletcher, 1984: 87).

Ook uit Brittanje skrywe Love (1989) van 'n onvermoë om die meetkunde leerplan te herorganiseer nadat Euklidiese meetkunde in onbruik geraak het. Volgens hom is die leerplan versplinter en bestaan dit uit onsamehangende brokkies. Die pogings om interessante aktiwiteite binne die meetkunde leerplan te skep is suksesvol, maar word nie saamgevat om 'n geordende geheel te vorm nie.

In hulle voorskou vir Wiskunde van die jare negentig, getuig Howson en Kahane (1986) in dieselfde trant:

"We have already drawn attention to the way that a formal treatment of geometry has vanished from many school systems.few, if any, give indications that they are more successful - either in being accessible to students, motivating them, or preparing them better for future mathematical work - than the Euclid which they replaced." (Howson en Kahane, 1986: 58).

In die V.S.A. word Euklidiese meetkunde steeds onderrig, maar volgens die nasionale opname in 1986 het leerlinge

oor die algemeen 'n swak begrip van die rol wat aksiomas en stellings speel (Carpenter et.al., 1988). Mayberry (1983) het bevind dat voornemende onderwysers wat opleiding ontvang om meetkunde te onderrig nie al die nodige denkvlakke, soos beskrywe deur die van Hiele's, bemeester het nie.

4.6.2 SUID-AFRIKA

4.6.2.1 HUIDIGE LEERPLAN

Aansienlike hoeveelhede informele meetkunde is in die leerplanne vir St. 5 en St. 6 ingesluit. Waar formele Euklidiese meetkunde voorheen eers in St.8 'n aanvang geneem het, word dit sedert die implimentering van die nuwe leerplanne reeds in St.7 aangebied, dit wil sê, vanaf 1984.

Volgens die van Hiele's is leerlinge op daardie stadium nog nie in staat tot formele deduktiewe redenering nie omdat hulle nog nie al die voorgaande vlakke belewe het nie (Human en Nel et.al., 1989; de Villiers, 1986).

Raddy (1987) sê dat baie van die goeie voornemens om meetkunde meer informeel aan te bied, in Suid-Afrika, skipbreuk gelei het vanweë die komplekse politieke situasie in die land asook die baie eksaminerende liggame.

Die nuutste leerplan wat in 1992 in St.7 implimenteer sal word, wyk af van die strakke, formele benadering

van die verlede. Daar word meer klem op die eksperimentele, die ruimtelike en die visuele geleë en formele bewysvoering word eers in St.8. gedoen. Transformasiemeetkunde maak onder andere 'n opsionele deel van die leerplan uit. (Kernsillabus vir Wiskunde Gewone Graad St. 5 - 7, 1990).

4.6.2.2 MERIETE TEN SPYTE VAN ONGEWILDHEID

Die algemene gevoel wat 'n mens kry as jy deur die literatuur oor meetkunde-onderrig gaan, is dat die vak redelik ongewild is, dat die onderrig veel te wense oorlaat en dat daar behoefte is aan vernuwing. Ten spyte van dit alles meen opvoedkundiges tog dat die onderrig van Euklidiese meetkunde waardevol kan wees as dit reg aangebied word (Human en Nel et.al., 1989; Reddy, 1987; Howson en Kahane, 1986; Nicholson, 1985; Shyman, 1984; 1982; Malan, 1971).

4.6.2.3 PROBLEME IN DIE ONDERRIG VAN EUKLIDIESE MEETKUNDE

Snyman (1982) noem onder andere die volgende algemene probleme in die onderrig van meetkunde:

- * Leerlinge kry te min oefening, en geleentheid vir eksplorاسie is gevolglik minimaal.
- * Die leerinhoud is te moeilik vir die gemiddelde leerling om te bemeester.
- * Leerlinge is nie vertrou met die deduktiewe vorm van redenering nie.
- * Swak onderrigmetodes deur leerkragte.

Die eerste twee probleme word in 4.6.2.4.2 bespreek. Die laaste twee verdien volledige bespreking.

4.6.2.3.1 AKSIOMATIES-DEDUKTIENE REDENERING

"The deductive structure of traditional geometry has just not been a didactical success. People today believe geometry failed because it was not deductive enough. In my opinion, the reason was rather that this deductivity was not taught as reinvention as Socrates did, but that it was imposed on the learner." (Freudenthal in Human en Miel et.al., 1989).

Dit wil voorkom of opvoedkundiges dit eens is dat die probleme nie rondom die aard van die struktuur lê nie, maar gesetel is in die aanbieding van die struktuur as 'n voorafvervaardigde, gepoleerde geheel sonder dat die leerlinge ooit weet wat die agtergrond is waarteen dit ontwikkel het.

In hierdie verband kan die Geskiedenis van Wiskunde 'n belangrike rol speel om aan leerlinge 'n idee te gee van die hoe die Wiskunde deur die eeue ontwikkel het en van al die terugslae en foutiewe afleidings wat daar soms gemaak is. Die menslike faktor was immer aanwesig.

"Die Wiskunde-student het behoefte om te weet hoe tot die grondslae van 'n stuk Wiskunde

gekom word. Deur saam met sy leerlinge 'n studie te maak van die onderlinge verwantskap van verwante stellings, kan die onderwyser vir sy leerlinge die ontorekende skakels (aksiomas, definisies) laat herontdek om die logiese ketting te voltooi." (Kriel, 1975: 34).

Wat Kriel hier voorstaan is 'n meer lokaal-aksiomatiese benadering. Dit wil sê om soos die Geskiedenis verloop het, eers groepies van verwante eienskappe van figure aksiomaties-deduktief te orden, en daarna eers die hele sisteem. Die groepie stellings in verband met ewewydige lyne en 'n snylyn vorm so 'n eenheid.

'n Meer lokaal-aksiomatiese benadering teenoor die globaal-aksiomatiese benadering, soos tans gevolg word, word ook deur Human en Nel et.al. (1989) en Nicholson (1985). onderskrywe. Die eerste verwysing wat ek daaromtrent kon vind is in 'n toespraak wat in 1971 deur Schuster in die V.S.A. gemaak is (Schuster, 1971).

Vir my ondersoek leen die sirkel-stellings van die St.9 leerplan uitstekend tot so 'n benadering. In St.9 moet die leerlinge al in staat wees om globaal-aksiomaties te redeneer, maar die onderlinge verbande van party sirkelstellings kan as't ware lokaal-aksiomaties benader word.

Die ander aspek wat sterk beklemtoon word is die van herontdekking en dat leerlinge aktief betrek moet word by die formulering van definisies, aksipmas, en stellings in plaas van om hulle aan 'n 'gerafineerde eindproduk' (Kriel, 1975) bekend te stel en hulle nooit weet hoe daar tot so 'n logiese struktuur gekom is nie (Human en Nel, 1989; Kriel, 1975; Schuster, 1971; Hull, 1969; van Hiele-Geldof, 1957).

"Men mag dus bij het begin van het meetkunde onderwijs niet aan de kinderen de eis opleggen, dat zij logisch zullen redeneren. Veeleer moeten wij hen tot logisch redeneren opvoeden en dit gebeurt niet door hen een logisch opgebouwd produktief systeem voort te zetten." (van Hiele-Geldof, 1957; 45).

Soos wat blyk uit die bespreking in Hoofstuk 3 van die metode van geleide ontdekking of die heuristiese metode word daar in hierdie navorsing baie sterk klem gelê op die aktiewe deelname (sien 3.3.3) deur leerlinge. Dit kan ook duidelik waargeneem word uit die lesmateriaal soos bespreek word in 5.3.2.2.

4.4.2.3.2 BEWYSVOERING

Baie van die kritiek teenoor meetkunde handel oor die oorbeklemtoning van bewysvoering. Hoffer (1981) se artikel "Geometry is more than proof" word dikwels aangehaal in die verband.

In die huidige Suid-Afrikaanse leerplan word daar van St.7 leerlinge verwag om formele deduktiewe bewysvoering toe te pas op stellings wat vir hulle net so vanselfsprekend is as die aksiomas wat hulle moes aanvaar. Baie skerp kritiek word in hierdie verband deur opvoedkundiges uitgespreek (Human en Nel et.al., 1989; Niven, 1987; Dreyfuss en Hadas, 1987; Hull, 1969).

"The whole notion of proof grew out of the wish to understand the unobvious... "
(Hull, 1969: 30).

4.6.2.4 METODES VAN AANBIEDING

"Die belangrikste vereiste vir die suksesvolle onderrig van sintetiese meetkunde op skool is egter, na my mening, dat dit in die regte gees en gesindheid gedoen sal word."
(Kriel, 1975: 34).

Die metode van aanbieding en die gesindheid van die onderwyser is so nou verweef dat die twee nie van mekaar geskei kan word nie. Die mees ideale metodes feil in die hande van 'n onderwyser wat nie die regte gesindheid en entoesiasme openbaar nie.

4.6.2.4.1 REKONSTRUKTIEWE BENADERING

Die rekonstruktiewe benadering bevat baie van die elemente wat voorheen bespreek is. Human en Nel et.al. (1989) het uitgebreide navorsing daaromtrent gedoen en

soveel sukses behaal dat daar aanbevelings gedoen is dat leerplanne in die verband hersien word. Dit word as volg beskrywe:

"Rekonstruktiewe aanbieding, dit wil sê 'n aanbieding waarin die inhoude (definisië, aksioma-stelsels, bewerings, bewyse, ens.) nie van meet af aan in 'n voltooide, afgewerkte vorm aangebied word nie, maar tydens die onderrig ontwikkel of gerekonstrueer word op 'n tipiese wiskundige wyse." (Human en Nel et.al, 1989: 54).

Hierdie benadering het baie meriete. Ongelukkig, volgens die skrywers, kan dit nie sonder meer in die huidige stelsel implimenteer word nie. Ek wil net onder andere noem dat hulle aanbeveel dat globale aksiomatisering van meetkundige resultate wat op skool behandel word, nie voor St.9 uitgevoer sal word nie.

Die skrywers waarsku dat hulle metode nie gelyk gestel moet word aan 'n metode van ontdekking nie. 'n Rekonstruktiewe aanbieding hoef nie leer deur ontdekking te impliseer nie; dit kan ook 'n blote verduideliking deur die onderwyser wees. Die klem val daarop dat die leerlinge deel sal hê aan die proses van die ontwikkeling van die Wiskunde-inhoud. Myns insiens is die twee metodes beslis nie dieselfde nie, maar dat daar sterk ooreenkomste is, is nie te betwyfel nie.

4.6.2.4.2 METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING

Hierdie metode is reeds volledig in 'n vorige hoofstuk bespreek. Die eerste twee probleme wat Snyman in 4.6.2.3 noem, naamlik

dat die leerstof moontlik te moeilik vir die gemiddelde leerling is, en

dat die leerlinge nie genoeg oefening kry nie, grootliks teengewerk kan word deur 'n metode van ontdekking te volg.

As hierdie metode reg aangebied word, met die klem op leerlinge wat aktief deelneem, en soos wat in hierdie navorsing gedoen is, deur baie werk in die klas mondeling af te handel, kry die leerlinge beslis voldoende oefening. My ondervinding is dat die gemiddelde leerling gou beseft dat die lesmateriaal nie bekend sy vermoë is nie. Wat wel waar is, is dat hulle dikwels al in die vorige standers in die 'gerieflik passiewe' (de Villiers, 1986) toestand verval het.

Deur middel van die metode van ontdekking kan baie van die ideale wat in 4.6.2.3.1 gestel is, verwesenlik word. Vergelyk Hoofstuk 5 vir meer inligting omtrent die toepassing van die metode.

4.6.2.5 ONDERWYSESE ROL

Alhoewel die hervormers van die leerplanne goeie bedoelings gehad het om Euklidiese meetkunde minder

formeel aan te bied, het hulle nie rekening gehou met gesindhede wat oor 'n lang tydperk gevorm het nie (Schuster, 1971).

"Thus, the reformers did not change the basic aim of the high school course nor were they successful in altering the spirit in which the geometry was to be studied." (Schuster, 1971: 168).

Ek is van mening dat 'n soortgelyke toestand in ons land heers. Baie van die onderwysers wat nou meetkunde onderrig, doen dit baie teësinnig omdat hulle eintlik self redelik negatief teenoor die vak voel. Baie van hulle het meetkunde as die formele, strakke struktuur van aksiomas, stellings en bewyse leer ken sonder om ooit 'n meer informele aanbieding te ervaar. Hoeveel van die senior sekondêre onderwysers in ons land het enige blootstelling aan meetkunde tydens hulle opleiding gehad?

Ek het reeds in Hoofstuk 2 verwys na Human en Nel et.al. (1989) se bevinding omtrent die eng begrip van onderwysers van die aksiomaties-deduktiewe struktuur. Hulle beveel aan dat die instansies wat vir die vasstelling van kriteria vir onderwysopleiding verantwoordelik is, bepaalde minimum eise sal stel ten opsigte van meetkundige opleiding tydens die voorgraadse kursusse van voornemende onderwysers.

4.7 DIE INTEGRERING VAN DIE GESKIEDENIS VAN WISKUNDE IN DIE ONDERRIG VAN MEETKUNDE.

Daar bestaan verskillende maniere om die Geskiedenis van Wiskunde aan die leerlinge bekend te stel, maar die grootste opvoedkundige waarde lê in die werklike integrering van die Geskiedenis in die Wiskundeles. Slegs 'n paar staaltjies of aanhalings nou en dan wek die leerlinge se belangstelling tydelik, maar as hulle kan betrokke raak by die Geskiedenis, dan het dit permanente waarde (Barbin, 1988).

4.7.1 OORSIG

Deur die jare het daar nou en dan artikels verskyn van individuele onderwysers wat die Geskiedenis van Wiskunde aan leerlinge bekendstel. In die V.S.A. is daar selfs eenkeer 'n jaarboek daaraan gewei, maar dit het nooit regtig opgevat nie, miskien vanweë die redes wat in die volgende paragraaf genoem gaan word.

4.7.2 ONDERWYSERS

Dit is werklik 'n leemte in die toerusting van 'n Wiskunde-onderwyser as hy nie oor redelike kennis van die Geskiedenis van Wiskunde beskik nie. Dit teleurstellend om te verneem dat dit slegs in enkele voorgraadse kursusse ingesluit is. Volgens verslae wat by die internasionale kongres ICME 5 gelewer is, is hierdie probleem nie tot Suid-Afrika beperk nie, maar kom dit in baie lande voor.

In Israel is daar indiens-opleiding programme aangebied waartv ns onderwysers met die Geskiedenis van Wiskunde kan kennis maak. 'n Opname het aangetoon dat 83% van die onderwysers wat genader is, geen kennis van die Geskiedenis van Wiskunde gehad het nie, maar tog baie geïnteresseerd was om die opleiding te ontvang. Van die kommentaar wat hulle agterna gegee het was:

dit maak Wiskunde n ontwikkelende en dinamiese vak,
dit lei tot beter begrip,
dit wek belangstelling, en
dit help onderwysers om wanbegrippe van leerlinge beter te verstaan.
(Arcavi, et.al., 1982; 1987).

4.7.3 INTERNASIONALE KONGRES

In 1984 gedurende die 5de Internasionale Kongres vir Wiskunde-onderwys in Australië is 'n internasionale Studiegroep naamlik, "HPM - History and Pedagogy of Mathematics" bekendgestel met die uitsluitlike doel

"to encourage colleagues throughout the world to use aspects of mathematical history in the teaching of mathematics to motivate interests, develop positive attitudes and encourage appreciation of the nature and role of mathematics." (Booker en Meserve, 1984: 256).

By ICME 6 in 1988 in Hongarye was daar sprekers uit Frankryk, Hongarye, Oos-Duitsland, Japan, Poland en Australie wat aanduiding gegee het hoe hulle die Geskiedenis van Wiskunde in die klas implimenteer. Uit die V.S.A. was daar 'n verslag oor hoe dit ook by die opleiding van onderwysers gebruik behoort te word.

(D'Ambrosio, 1988).

4.7.4 FRANKRYK

In Frankryk word al vir meer as 'n dekade by hulle IREMS (Institutes for research on the teaching of mathematics) navorsing gedoen oor die implimentering van die Geskiedenis van Wiskunde by die onderrig van Wiskunde op skoolvlak.

Selfs vanaf owerheidswee se kant was daar positiewe besluite daaromtrent. In die nuwe leerplan vir sekondêre skole in Frankryk, gedateer 1986, staan daar:

It is advisable to stress the cultural contents of mathematics; in particular the introduction of a historical perspective may enable pupils to grasp better the meaning and scope of studied concepts and problems, and hence better the process of scientific progress." (Barbin, 1988: 1).

IREM het geen formele navorsingsresultate gepubliseer nie, maar hulle noem die volgende positiewe kommentaar

van di- leerlinge en onderwysers. Deur die Geskiedenis van Wiskunde in die onderrig daarvan te integreer

- * word die kulturele aspek van Wiskunde ook behandel,
 - * word Wiskunde lewendig en interessant gemaak vir die leerlinge wat dit dikwels beskou as te abstrak en te ver verwyder van die werklikheid,
 - * word Wiskunde deel van die ontwikkeling van die mensdom en van die Geskiedenis van beskawing, en
 - * kan aangetoon word dat Wiskunde nie staties is nie, maar steeds ontwikkel.
- (Barbin, 1988).

Veral die tweede van die bogenoemde punte kan direk aan die houding van leerlinge gekoppel word. Die ander kan waarskynlik ook net 'n positiewe invloed op houding hê.

4.7.5 DIE MENSLIKE ASPEK

Die moderne neiging om alle vorme van onderrig meer leerling-gesentreerd te maak, bring mee dat die menslike aspek meer beklemtoon word. Ek merk dit ook op in die literatuur oor Wiskunde-onderrig (Uppal, 1985; Swetz, 1984; Wheeler, 1975).

"Because Mathematics is concerned with pure abstract thought, free from inherent emotional content, one is inclined to believe that its development must be ruled by the same rational

principles with which it is concerned and that it is unaffected by the personalities of its discoverers or inventors.....It is tempting to think of its practitioners as free from normal human weaknesses." (Uppal, 1985: 257)

Daarna beskrywe Uppal hoe die Geskiedenis van wiskunde deurspek is van menslike swakhede en soms selfs van oneerlikheid en afgunstigheid. Ek dink dit is belangrik dat leerlinge sal beseef dat Wiskundiges nie noodwendig verheer is bo menslike swakhede nie en dat hulle ook dieselfde foute begaan as waaroor ons gedurig in die klaskamer kla.

4.7.6 WISKUNDE-ANGS

Omdat die Geskiedenis die menslike aspek so beklemtoon, mag dit dalk help om angsgevoelens by die leerlinge te verminder.

"These students build psychological barriers to true mathematical understanding and develop anxieties about the learning and use of mathematics. Teachers can partially remedy this situation by incorporating a historical perspective into the teaching of mathematics." (Swetz, 1984: 54).

Deur die Geskiedenis van Wiskunde te onderlig word die misterie wat die vak omhul, afgebreek. Dis nie 'n eksklusiewe vak of verbode vir sommige mense nie, maar

toeganklik tot almal wat bereid is om te werk. Dit is deur mense ontwikkel wat ook soms angstig gevoel het daaroor. Leerlinge sien dikwels net die abstrakte aard van Wiskunde raak omdat dit die enigste manier is waarop hulle daarmee kennis maak. Sodoende word hulle afgeskrik of ervaar gevoelens van angst as hulle nie die situasie kan hanteer nie.

4.7.7 PLAASLIK

Daar verskyn sporadies artikels met die tema Geskiedenis van die Wiskunde in Suid-Afrikaanse opvoedkundige tydskrifte (van Vuuren, 1990; Schoeman, 1983; Schutte, 1983; Alietson, 1964). Soms word dit aanbeveel as middel om die leerstof meer interessant te maak (Oosthuizen et.al., 1998; Kriel, 1975; Malan, 1971), maar sover vasgestel kon word, word dit nie eintlik op groot skaal geïmplimenteer nie.

My mening is dat dit van onskatbare waarde kan wees in die onderrig van Wiskunde en soveel te meer in die geval van Euklidiese Meetkunde. Geen ander vak het deur die eeue heen so 'n groot rol in die ontwikkeling van die ganse mensdom, tot in die verste uithoeke van die wêreld, gespeel nie.

HOOFSTUK 5

EKSPERIMENTELE ONTWERP EN RESULTATE

"It is the glory of geometry that from so few principles, fetched from without, it is able to accomplish so much."

NEWTON.

5.1 DOEL VAN EKSPERIMENT

Die doel van die eksperiment is om die moontlike invloed te ondersoek wat die volgende op die houding van St.9-leerlinge teenoor Meetkunde het:

- * die metode van geleide ontdekking, omdat Meetkunde by uitstek leen tot so 'n onderrigmetode, en
- * daarby word die Geskiedenis van Wiskunde geïntegreer in 'n poging om die vak meer interessant aan te bied en ook om die menslike aspek te beklemtoon.

My persoonlike ervaring is dat bogenoemde wel 'n positiewe invloed op die houding van leerlinge teenoor meetkunde het.

5.2 ONTWERP

Die basiese ontwerp van die eksperiment is die volgende:

V_1	E	V_E
V_1	K	V_E

$V_1 = V_E$: Houdingsvraelys.

E : Eksperimentele groep (n = 91)

K : Kontrole groep (n = 93)

5.2.1 E : EKSPERIMENTELE GROEP

Die Eksperimentele groep bestaan uit 91 St.9-leerlinge van 'n Afrikaanse Hoërskool aan die Witwatersrand. Omdat baie leerlinge gedurende hulle St.9 jaar, deur die loop van die jaar, oorskakel vanaf 'n Hoërgraad vlak na Standaardgraad, kan daar baie moeilik 'n groep saamgestel word wat net uit een van die vlakke bestaan. Die uiteindelijke verhouding van die leerlinge is 80% (n=73) Hoërgraad en 20% (n=18) Standaardgraad leerlinge.

5.2.2 K : KONTROLE GROEP

Die kontrolegroep is uit 'n skool aan die Witwatersrand gekies sodat hulle soortgelyk is aan die eksperimentele groep ten opsigte van die volgende:

taalgroep,

grootte van skool, en

sosio-ekonomiese omgewing.

Die kontrole groep het bestaan uit 93 leerlinge. Die verhouding van die leerlinge aan die einde van die eksperiment was 42% Hoërgraad (n=39) en 58% (n=54) Standaardgraad.

Die groter persentasie Standaardgraad leerlinge in die kontrole skool aan die einde van die eksperiment is 'n probleem wat nie voorsien is nie. Die twee skole het nie dieselfde beleid ten opsigte van hierdie saak nie. In die kontrole skool word die leerlinge reeds in St. 9 aangemoedig om van vlak te verander as dit nodig blyk te wees.

In die eksperimentele skool verander die leerlinge eers na afloop van die eindeksamen in St. 9 van Hoërgraad na Standaardgraad. Dit is 'n faktor waarmee rekening gehou sal moet word by die ontleding van die resultate.

5.2.3 TYDPERK

Die tydperk waarop die eksperiment gestrek het, was vanaf die begin van die tweede kwartaal, dit wil sê, vanaf die laaste week van April tot aan die einde van Oktober. Omtrent 90% van die Meetkunde in die st. 9 leerplan is gedurende die tydperk afgehandel.

Die houdingsvraelys wat in die volgende paragraaf bespreek word, is aan die begin en aan die einde van hierdie tydperk deur albei groepe leerlinge voltooi. Die feit dat leerlinge dikwels nie weet hoe hulle oor 'n saak voel, voordat hulle nie daarvoor uitgevra word nie, mag 'n invloed op die tweede telling hê. (Sien 2.4.1.1).

2.2.4 $V_1 = V_2$: HOUDINGSVRAELYS

Soos reeds genoem in 2.1.1 kon geen plaaslike navorsing omtrent houding teenoor Meetkunde uitsluitlik, gevind word nie. In alle ondersoeke is houding teenoor Wiskunde in die algemeen gemeet. My persoonlike mening is dat in sulke ondersoeke 'n positiewe houding teenoor Algebra en 'n negatiewe houding teenoor Meetkunde mekaar mag uitkanselleer en die gevolg sal 'n relatiewe neutrale houding teenoor Wiskunde wees. Uit ondervinding vermoed ek dat die houdings van leerlinge dikwels verskillend is ten opsigte van Algebra, Trigonometrie en Meetkunde.

Van Earle (1972) se navorsing in die veld van meetkunde, wat in die V.S.A. gedoen is, kon ook min gebruik word. Vergelyk die kritiek teen die vrae van die vraelys in 2.2.1. Hy het slegs aan die einde van sy meetkunde eksperiment houding gemeet, en wel houding teenoor Wiskunde in die algemeen.

2.2.4.1 LIKERT-TIPE VRAELYS

Die vraelys wat in hierdie ondersoek gebruik word, is 'n Likert-tipe vraelys (vergelyk 2.4.1) wat uit 15

stellings bestaan. Elke stelling word op 'n vyf-punt skaal gemeet met moontlike tellings dus tussen 15 en 75. 'n Telling wat presies tussen die hoogste en die laagste telling lê, in hierdie geval 30, weerspieël nie noodwendig 'n neutrale houding teenoor meerkunde nie. Sien die besware in 2.4.1.1. Vir hierdie ondersoek is verandering in houding meer belangrik as die bepaling van 'n neutrale punt.

As uitgangspunt vir 'n houdingsvraelys wat houding teenoor Meerkunde meet, is twee van die vier houdingsskale wat Visser in 1987 opgestel het om houding teenoor Wiskunde te meet, gebruik. Die skale word in 2.4.2 bespreek. Die vrae wat wel gebruik is, moes aangepas word vir Meerkunde. Daar is ook ander vrae bygevoeg en dus kan daar geensins op Visser se geldigheid en betroubaarheid van die instrument aanspraak gemaak word nie.

Daar is veral gekonsentreer op vrae wat te doen het met

- * die mate van genot wat 'n persoon ervaar terwyl hy met Meerkunde besig is,
- * die mate van selfvertroue of angs wat hy ervaar,
- * sy motivering, en
- * sy belangstelling in die vak.

Geen vrae het op die onderwyser of op prestasie in Meerkunde betrekking gehad nie.

5.2.4.1.1 ONTLEDING VAN VRAELYS

Die volgende verwys na die vraelys soos dit in die eksperiment gebruik is. Vergelyk bylae 1.

Agt van die vyftien vrae is direk uit Visser (1983) se vraelys geneem en ten opsigte van Meetkunde aangepas. Motivering vir die insluiting van die ander vrae word hieronder uiteengesit.

Omdat ek van mening is - en ek word ondersteun deur die onderwysers wat die vraelys vir geldigheid ondersoek het - dat gevoelens teenoor Meetkunde dalk sterker mag wees as gevoelens teenoor Wiskunde in die algemeen, is stellings 14 en 15 ingesluit.

14. Ek beskou Meetkunde as 'n mors van tyd.

15. Ek sien uit na my Meetkunde periodes.

Die volgende is ingesluit omdat dit direk gekoppel kan word aan die metode van geleide ontdekking. Dit is juis die doel van so 'n aanbiedingsstrategie.

9 Ek raak opgewonde oor Meetkunde.

Onbetrokkenheid by die leergebeure is 'n belangrike faktor vir hierdie eksperiment; vandaar die volgende:

7. My aandag dwaal na ander dinge gedurende my Meetkunde periodes.

Die volgende stelling is ingesluit omdat die Afrikaanssprekende onderwysers dit eens was dat dit iets

is wat algemeen by leerlinge verneem word. Ek merk nie die vraag in die Engelse vraelyste op nie

1. Meetkunde is baie bevredigend.

Die tweede vraestel bestaan vir St.9-leerlinge uit Trigonometrie en Meetkunde. Ek wou graag hulle voorkeur bepaal.

5. Ek hou meer van Meetkunde as van Trigonometrie.

Vraag 8 dui ook op betrokkenheid by Meetkunde.

8. Ek bespreek Meetkunde met my maats.

5.2.4.1.2 ONGESTRUKTUREERDE VRAE

Twee ongestruktureerde vrae (Sien 2.4.1.3), die sogenaamde or.-end vrae, is ook ingesluit om meer lig te werp op moontlike verandering in houding. Dit is opgevolg deur onderhoude en skriftelike verslae van die leerlinge in die eksperimentele groep (Sien 5.2.4.4). Vergelyk ook 2.4.1.3.

5.2.4.2 ANONIMITEIT

Daar is gepoog om 'n mate van anonimiteit aan die leerlinge te waarborg deur hulle slegs hulle volledige voorletters te laat invul. Die rede wat aangevoer is, is dat dit slegs as kode op die rekenaar gebruik gaan word. Daar is gesê dat min eerlike menings verkry sal word as daar nie 'n mate van beskerming aan die leerlinge verleen word nie. 'n Paar proefpersone is op hierdie

manier ingeboet omdat hulle in dieselfde groep was en presies dieselfde voorletters gehad het.

5.2.4.3 GELDIGHEID EN BETROUBAARHEID

Volgens Oppenheim (1966) kan daar baie moeilik op die geldigheid van 'n houdingsvraelys aanspraak gemaak word. In hierdie geval is 'n heelwat langer vraelys as die finale een aan 'n groep ervare Wiskunde-onderwysers gegee om te kritiseer. Elke vraag is afsonderlik bespreek en so is vrae van dubbelsinnige aard en vrae v. c. meer as een aspek dek, uitgeskakel. Daar is ooreengekom op die finale 15 vrae sous wat dit in die vraelys voorkom. Sien bylae 1.

Aangesien dieselfde vraelys voor en na die eksperiment gebruik is, is dieselfde aspekte in 'n mate gemeet. Dit is die enigste opsig waarin die vraelys aanspraak kan maak op betroubaarheid.

5.2.4.4 ONDERHOUD EN VERSLAE

Nadat die uitslag van die houdingsvraelys ontleed is, is daar onderhoude gevoer met sommige van die leerlinge van die eksperimentele groep. Daar is gekonsentreer op die leerlinge wat 'n groot verandering in houding ondergaan het, beide na die positiewe en na die negatiewe kant. Daar is dus na individuele tellings gekyk. Sommige van hierdie groep leerlinge het ook 'n vraelys, ter verklaring van die verandering in houding, voltooi. Sien bylae 2. Vir die kontrole groep is daar slegs 'n kort

ontleding van die ongestruktureerde vrae gemaak. Die uitslae van bogenoemde word in 5.4.3.2 bespreek.

5.3 DIE ONDERRIG VAN DIE EKSPERIMENTELE GROEP

5.3.1 OPLEIDING VAN ONDERWYSERS

Die leers vir elke periode is in detail bespreek met die twee onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer het. Daar is gereeld vergader en ooreengekom ten opsigte van die metode van aanbieding, die indeling van die periodes en ook die tempo wat gehandhaaf moes word.

Alle lesmateriaal is volledig uitgewerk, transparante is voorsien en wenke vir die toepassing van 'n metode van geleide ontdekking is gegee. Elke les is uurgewerk om sodoende die maksimum ooreenkoms te verseker. Die huiswerk was ook identies. Die onderwysers is gevra om streng by die voorskrifte te hou.

Voorbeelde van die lesmateriaal wat voorsien is, kan in 5.3.2. gesien word.

5.3.1.1 KLASATMOOSFEER

Die onderwysers is aangemoedig om 'n klasatmosfeer te skep wat spreek van wedersydse vertroue en waarin alle leerlinge die vrymoedigheid het om

- * kritiese vrae te vra,
- * resultate te bevraagteken en so aan die onderrigproses deel te neem,

- * menings uit te ruil en van die onderwyser te mag verskil,
- * van gedagterigting te verander en alternatiewe te ondersoek.

Die atmosfeer in die klas moet een van afwagting wees. Alhoewel dit vir 'n onderwyser moeilik is om opgewonde te raak oor leerstof wat hy jaarliks aanbied, moet hy in gedagte hou dat dit vir die leerlinge nuut en vreemd is en dat hulle op 'n ander vlak dink en redeneer as hy. Wat vir die onderwyser stereotiep en alledaags is, kan met die regte aanbieding vir die leerlinge 'n wonderlike ontdekkingstog word.

5.3.1.2 METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING

Die implimentering van die metode ten opsigte van hierdie eksperiment word duidelik geïllustreer in die lesmateriaal in 5.3.2.2.

Die metode van geleide ontdekking is reeds volledig in 3.3.5 bespreek en die onderwysers is net so volledig ingelig. Net die belangrikste punte gaan hier uitgelig word.

Daar is veral klem gelê op leerlingbetrokkenheid en selfwerkzaamheid. Dit is bewerkstellig deur 'n heuristieke onderrigstyl te volg waarin van stimulerende vrae gebruik gemaak word om die leerlinge te lei. (Vergelyk 3.1.2.2.). Die lesmateriaal (sien 5.3.2.2),

wat volledig uit ewerk is en voorsien is aan die twee onderwysers van die eksperimentele groep, is van so 'n aard dat 'n metode van geleide ontdekking gevolg moes word waar die wenslik was. Dit is later deur middel van onderhoude met die leerlinge van die eksperimentele groep gekontroleer. Sien 5.4.3.1.

Die onderwysers is aangemoedig om veral in die begin aan die leerlinge se selfvertroue te bou deur hulle 'n redelike mate van sukses te laat behaal. 'n Onderwyser wat sy leerlinge ken, behoort te weet watter soort vrae om vir watter leerlinge te vra sodat almal betrek word, maar niemand voel dat die werk bokant hulle vermoë is nie. Foute wat gemaak word, moet so hanteer word dat dit nie die leerlinge se bereidheid om te waag, sal demp nie. (Sien 3.3.5.1).

Vrae van leerlinge word op 'n simpatieke wyse na hulle terugherlei deur teenvrae te stel. Individuele verskille onder leerlinge speel hier 'n belangrike rol en dit is hanteer soos in 3.3.6 bespreek.

5.3.1.2.1 ONDERPRESTEERDERS

Onderwysers is aangemoedig om leerlinge wat voorheen swak presteer het in meetkunde, weer 'n kans te gee. Die sirkelstellings van die St.9 leerplan vorm 'n logiese eenheid en agtergrondkennis wat mag ontbreek, kan aangevul word as die situasie hom voordoen.

Hierdie groep leerlinge se vrae word meer simpatiek hanteer. In plaas daarvan om 'n teenvraag te vra wat die leerling nog meer onseker laat voel, sal informasie meer geredelik verskaf word. Sien ook 3.3.1.1 'n Goeie onderwyser ontwikkel 'n aanvoeling in hierdie verband.

5.3.1.3 INTEGRERING VAN GESKIEDENIS VAN WISKUNDE

Die lesmateriaal is voorberei (Sien 5.3.2.1) en met die onderwysers behandel om aan hulle die nodige agtergrond te gee. Hulle is ook aangemoedig om self meer oor die geskiedenis van Wiskunde op te lees.

5.3.1.4 TYDFAKTOR

Daar is spesiale aandag aan die tydfaktor geskenk; eerstens, omdat dit altyd as kritiek teen die metode van geleide ontdekking, en tweedens, omdat die amptelike werkskema wat gevolg word deur meeste skole net voorsiening maak vir 'n sekere aantal periodes. Die eksperimentele groep kon dus nie op meer tyd as die kontrolegroep aanspraak maak nie.

Die onderwysers van die eksperimentele groep is wenke gegee ten opsigte van tydsbesparing.

5.3.1.5 VERLOOP

Die twee onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer het, en ekself, het gereeld vergader om die verloop en moontlike probleme te bespreek. Die twee onderwysers het besonder goed saamgewerk en soms wenke

gegee wat opgevolg kon word. Uit die Geskiedenis blyk die praktiese toepassings van Meetkunde baie duidelik. Daar het dus 'n behoefte ontstaan, volgens een van die onderwysers, dat moderne toepassings van Meetkunde ook bespreek word. As gevolg van beperkte tyd, kon slegs gedeeltelik hieraan voldoen word. Geen ernstige probleme is tydens die eksperiment ondervind nie.

5.3.1.4 KONTROLE

Daar is geen klaswaarneming gedoen nie. Dit is een van die tekortkominge van hierdie navorsing. Uit onderhoude met die onderwysers blyk dit dat hulle wel die voorskrifte na die beste van hulle vermoë uitgevoer het. Die indruk wat ek gekry het tydens die vele besprekings wat ons gehad het, is dat die metode van geleide ontdekking wel tot sy reg gekom het in die klaskamer.

Onderhoude wat met leerlinge van die eksperimentele groep, na afloop van die eksperiment, gevoer is, sal meer lig op die saak werp.

Die lesmateriaal, (sien 5.3.2.2), is myns insiens 'n goeie maatstaf van hoe die onderwysgebeure verloop het.

Ek wou nie self die eksperiment waarneem nie, omdat die uitslag dan moontlik subjektief sou wees.

'n Kort onderhoud wat met die onderwyser van die kontrole skool gevoer is, het daarop gedui dat daar

hoofsaaklik van aantonende of ostensiewe (Sien 3.3.2) onderwys gebruik gemaak is. Ontleding van die ongestruktureerde vrae van die kontrole groep sal aantoon of dit wel die geval was. (Sien 5.4.3.1.2).

5.3.2 LESMATERIAAL

Alle lesmateriaal is volledig uitgewerk en aan die onderwysers van die eksperimentele groep voorsien. Uittreksels daarvan word hierna bespreek. Die een les is meer heuristies van aard en die metode van geleide ontdekking kom na vore. In die ander een word aangedui hoe daar van die Geskiedenis van Wiskunde gebruik gemaak is om die lesse meer interessant te maak. Hierdie les is meer ostensief van aard, (sien 3.2.2), maar tog met duidelike heuristiese momente.

5.3.2.1 VOORBEELD VAN LES WAARIN DIE GESKIEDENIS VAN WISKUNDE GEBRUIK WORD

Hierdie is die inleidende les tot meetkunde en dien hoofsaaklik om die leerlinge die nodige agtergrond in Geskiedenis van Wiskunde te gee, sodat hulle later die probleme wat hulle gaan teëkom in die regte perspektief kan sien. Die styl is minder formeel omdat dit die werklike voorbereiding is at aan die onderwysers gegee is.

Alhoewel die aanbieding meer onstensief van aard is, moet die leerlinge aangemoedig word om aan die bespreking deel te neem deur vrae te vra of dalk deur 'n bydrae te maak.

1. INLEIDING.

Almal van julle het al gehoor dat sommige mense sê dat meetkunde 'n mens leer om logies te dink en logies te redeneer.

TRANSPARANT:

"People who are used to sound deductive reasoning, like in Geometry, are better able to participate in democratic institutions and can avoid being deceived by invalid arguments."

Frederick Bell.

Hierdie aanhaling lok gewoonlik heelwat reaksie by die leerlinge uit. Bespreek; dit laat hulle op hulle gemak voel as hulle besef dat hulle maar hulle mening mag lug.

2. WISKUNDIGES UIT DIE TYDPERK VOOR CHRISTUS.

TRANSPARANT:

585 v.C.	THALES	Hoek in half sirkel.
540 v.C.	PYTHAGORAS	Stelling bekend.
427 v.C.	PLATO	Filosof: Iemand wat nie in Meetkunde onderrig is nie, mag nie by hierdie deur ingaan nie.
384 v.C.	ARISTOTELES	Filosof en Wetenskaplike.
300 v.C.	EUKLIDES	Vader van die MEETKUNDE.
290 v.C.	ARCHIMEDES	Wiskundige en Wetenskaplike
225 v.C.	APOLONIUS	Wiskundige (Raaklyne).

Sommige van die datums is slegs by benadering aangedui.

Laat die leerlinge vertel wat hulle van elkeen van bogenoemde figure uit die Geskiedenis weet. Vul kortliks aan met behulp van die transparant, slegs ter wille van 'n geheelbeeld aan die begin.

3. EUKLIDES - Vader van die MEETKUNDE.

Euklides het in die derde eeu voor Christus gelewe. Behalwe dat hy 'n Griek was, is daar niks omtrent sy herkoms bekend nie.

Die beskawing van daardie tyd was rondom die Middellandse see gesentreer en Euklides het in Alexandrië in Egipte gewerk waar hy 'n skool gestig het. Daar word vertel dat die Egiptiese koning, die Farao, eenkeer vir Euklides gevra het of daar dan nie 'n makliker manier is om Meetkunde te leer as om aksiomas en stellings te bestudeer nie? Hierop het Euklides geantwoord:

"My heer, daar is ongelukkig geen koninklike weg na Meetkunde nie."

Hierdie aanhaling lok gewoonlik ook baie kommentaar uit. Gebruik dit as aanknopingspunt ter motivering van die studie van Meetkunde.

4. DIE ELEMENTE.

Die Geskiedenis van Pythagoras en die ontdekking van irrasionale getalle is gewoonlik bekend; indien nie, vertel kortliks.

Na die krisis in die getalleteorie, het die klem al meer na die Meetkunde verskuif. Euklides het al sy voorgangers en al sy eie wiskundige kennis beskrywe in 13 boeke wat die "ELEMENTE" genoem word. Die eerste ses van hierdie boeke handel oor die Meetkunde wat op skool gedoen word. Baie hiervan het deur oorlewering en herhaalde oorskrywe daarvan, behoue gebly.

Soos die beskawings gekom en gegaan het, is die "Elemente" in ander tale vertaal, onder andere in Arabies en later in die 12de eeu in Latyn. Die eerste gedrukte weergawe het 17 eeue nadat dit geskrywe is in Venesië in 1842 verskyn. Meer as 1000 uitgawes het sedertdien verskyn. Slegs die Rybel het al meer uitgawes belewe.

5. AKSIOMAS.

Al Euklides se Meetkunde is gebasseer op 'n paar postulate of aksiomas omtrent punte en reguit lyne. (Laat leerlinge gou 'n paar opnoem.) Daarop het hy 'n sisteem van amper 500 stellings gebou. Euklides se bekendste aksioma is die een van twee reguit lyne wat nooit sny nie.

In daardie jare is aksiomas gesien as absolute of fisiese waarhede wat waargeneem kan word. Die siening van Euklides het byna alle wetenskap vir meer as 2000 jaar oorheers. Vandag redeneer wiskundiges anders oor aksiomas soos wat ons later sal sien.

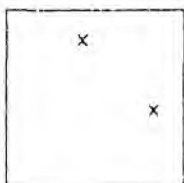
6. MEETKUNDE OORHEERSEND.

In die antieke geskiedenis het Meetkunde alle Wiskunde oorheers. ALGEBRA het eers in die 16de eeu ontstaan, d.w.s. amper 1900 jaar nadat Meetkunde reeds beoefen is. Eers toe is simbole, soos x vir die onbekende, begin gebruik. Vroeër is alle wiskundige probleme meetkundig opgelos, selfs kwadrasiese vergelykings.

Gee aan die leerlinge elkeen 'n vel grafiekpapier en laat hulle die kwadrasiese vergelyking wat op die transparant geïllustreer word, saam oplos terwyl dit verduidelik word. Beklemtoon die verband tussen die simboliese en die fisiese voorstelling van 'n vierkant. Gee leiding deur die simboliese, en laat die leerlinge self aflei wat die fisiese voorstelling kan wees.

Omdat die leerlinge aan die begin van hulle St.9 jaar reeds geleer het hoe om 'n vergelyking met behulp van vierkantsvoltooiing op te los, is hierdie meetkundige proses gewoonlik vir hulle baie interessant

TRANSPARANT .



$$x^2 + 16x - 36 = 0$$

$$x^2 + 16x = 36$$

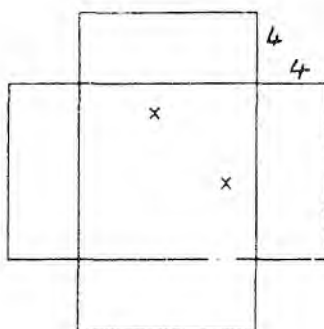
$$x^2 + 16x + 64 = 100$$

$$(x + 8)^2 = 100$$

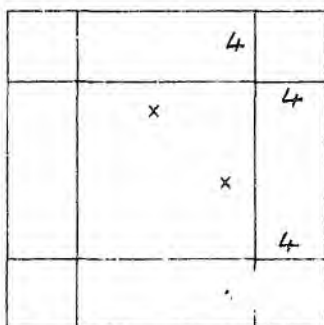
$$(x + 8) = \pm 10$$

$$x = 2 \text{ OF } x = -18$$

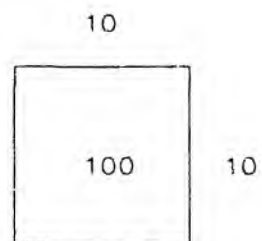
(Negatieve getalle het toe nog nie bestaan nie; bespreek.)



— 36



→ 36 + 64 →



7. NIE-EUKLIDIESE MEETKUNDE.

Vra eerste aan die leerlinge wat hulle daarvan weet.

Euklides se Meetkunde is meetkunde in 'n plat vlak, maar dit is nie die enigste Meetkunde wat daar bestaan nie, al het mense vir 2000 jaar so gedink!

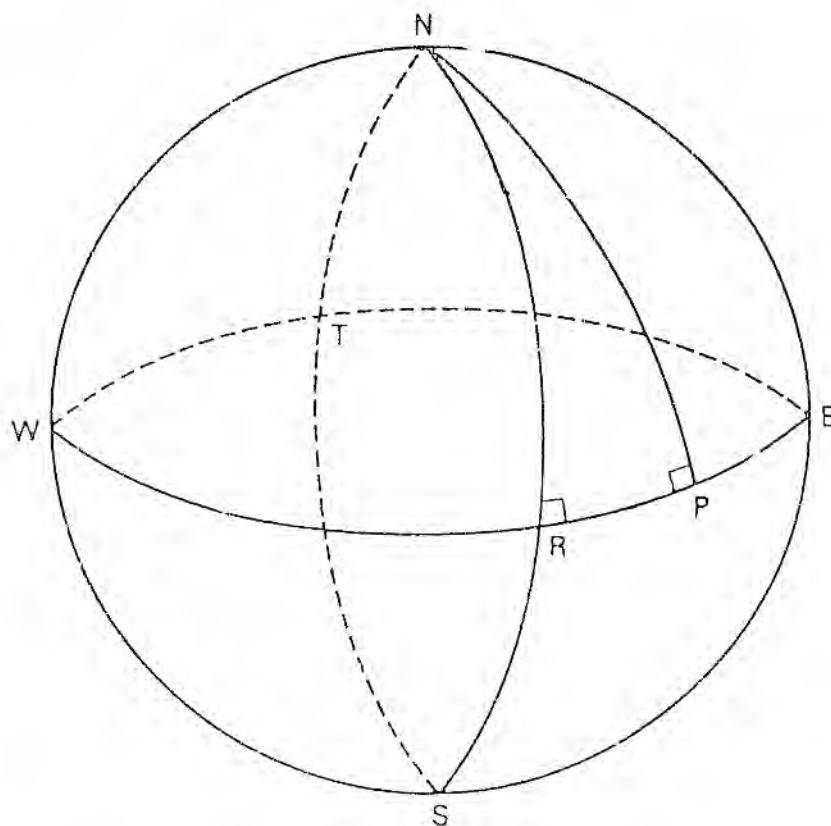
In die negentiende eeu het die Rus, Lobachevsky, en die Hongaar, Bolyai, byna gelyktydig hulle nuwe meetkundes bekendgestel. Bolyai het Euklides se 5de aksioma vervang met een waarin ewewydige lyne wel kan sny. Omdat hy nie hierdie aksioma van hom aan die fisiese wêreld kon koppel nie, was wiskundiges traag om dit te aanvaar en hy is in afsondering oorlede sonder om regtig erkenning vir sy werk te kry. Baie jare later is Bolyai se werk aan Sferiese Meetkunde gekoppel en Lobachevsky s'n aan Hiperboliese Meetkunde.

TRANSPARANT.

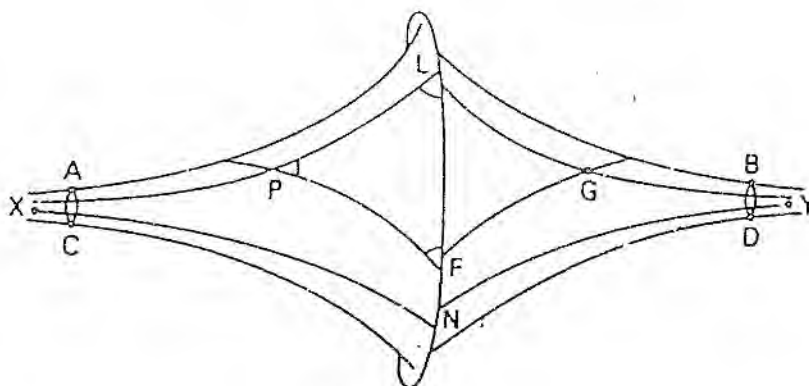
Voorbeeld van Sferiese en Hiperboliese Meetkunde op volgende bladsy. Bespreek Sferiese Meetkunde kortliks. Wees versigtig om nie die leerlinge te verwar nie.

TRANSPARANT

SFERIESE MEETKUNDE



HIPERBOLIESE MEETKUNDE

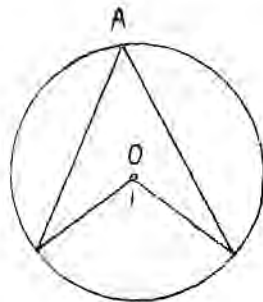


5.3.2.2 VOORBEELD VAN LES WAARIN DIE METODE VAN GELEIDE ONTDEKKING ILLUSTRER WORD

Die metode van geleide ontdekking word in elke les nagestrew. Hierdie een les word net as voorbeeld gebruik. Die tydsduur van die les hang van die samewerking van die leerlinge af en die hoeveelheid bespreking wat toegelaat word.

1. INLEIDING:

Gee aan elke leerling 'n afgerolde bladsy met sirkels van verskillende groottes. Die leerlinge trek dan slegs die hoeke in en sodoende word tyd bespaar. Die middelpunte van die sirkels moet gemerk wees.



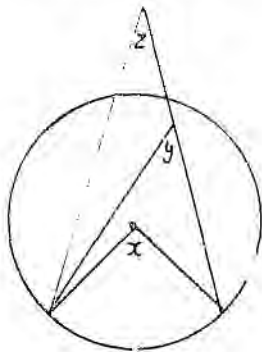
Meet $\hat{O}_1$ en $\hat{A}$
Skrywe die pare hoekgroottes op die bord soos wat die leerlinge klaar gemeet het; Elkeer het 'n ander antwoord, maar die patroon behoort gou duidelik te wees. Laat die leerlinge nou sê wat hulle ontdek het.

FORMULEER: Hierdie deel is baie belangrik. Gewoonlik is die antwoorde in die begin baie vaag. Onthou ook dat die leerlinge daik nog nie die begrip "onderspan" ken nie. Gewoonlik antwoord hulle iets soos:

"die hoek by die middelpunt is twee keer so groot soos die ander hoek."

Lei nou met sketse op transparante.

TRANSPARANT :



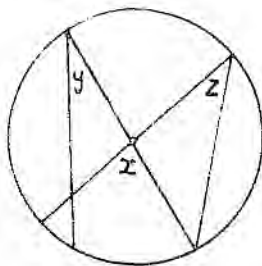
As "omtrekshoek" weggelaat word: Meet x , y , en z .

Laat die leerlinge self ontdek deur weer hoekpare neer te skrywe:

$$2y > x \text{ en } 2z < x$$

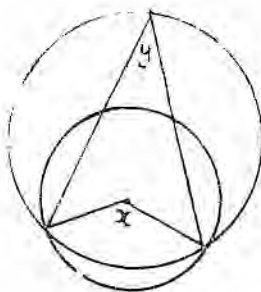
In die grensgeval as die hoek op die sirkel lê is

$$2y = 2z = x$$



As "dieselfde boog" weggelaat word: Meet x , y en z .

Laat die leerlinge elke keer die bykomende insig formuleer.



Dieselfde sirkel; beklemtoon.

Die leerlinge is gewoonlik nou in staat om die stelling korrek te formuleer:

Die middelpunthoek van 'n sirkel is twee maal so groot as die omtrekhoek wat deur dieselfde boog onderspan word.

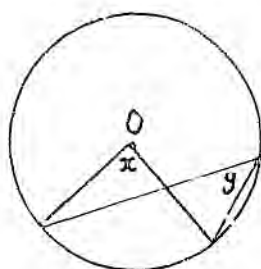
Verduidelik nuwe terminologie, soos:

onderspan deur boog,

onderspan deur koord

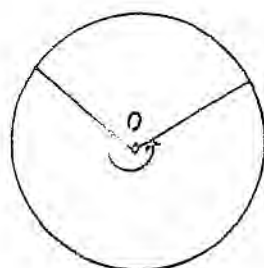
omtrekhoek, ens.

Konfronteer nou die leerlinge met die volgende twee gevalle.



Laat die leerlinge eers bespiegel en bespreek.

Meet dan x en y .



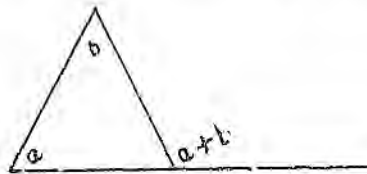
Laat die leerlinge vir 'n wyle self soek na die hoek wat moontlik die helfte van die inspringende hoek O kan wees. Gewoonlik kry 'n paar dit tog reg.

Bespreek dan.

BELANGRIK: As 'n stelling goed geformuleer is, behoort daar mos nie uitsonderinge te wees nie!

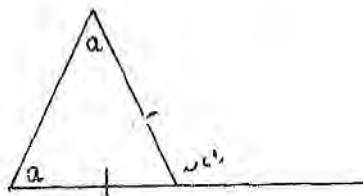
BEWYS VAN STELLING:

Ek doen die gewoonlik op die bord. Laat die leerlinge hulle St.7 en St.8 stellings opnoem; as niemand die buitehoekstelling noem nie, gee dan 'n wenk.

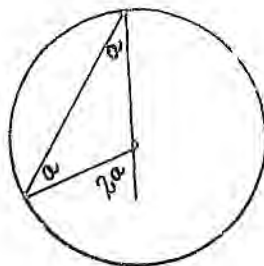


; maar ons soek eintlik
hoek = $2x$ (ander hoek)

Laat leerlinge self sê.

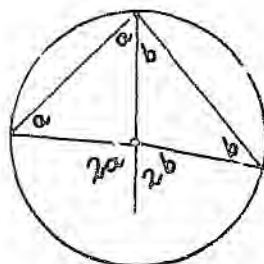
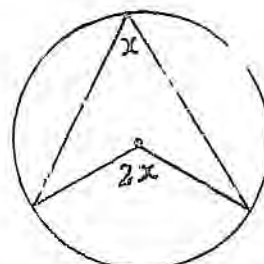


; maar ons wil eintlik in 'n
sirkel werk. Plaas die skets
in 'n sirkel.
Wat kan die twee gelyke lyne
moontlik wees?



Dit lyk na die helfte van die
waarheid?

Laat die leerlinge self aandui
wat moet volg.



Skrywe nou saam met die leerlinge die formele bewys op die bord uit. Vir 'n sterk groep kan die vorige sketse selfs uitgevee word. Beklemtoon die logiese volgorde van die stappe. Maak seker dat alle leerlinge saamwerk. Sodra 'n leerling blyke gee dat hy nie saamwerk nie, vra hom 'n vraag. Met die meting van die hoeke behoort die swakker leerlinge geleentheid gegee te word om te antwoord.

As die leerlinge werklik saamgewerk het, behoort hulle nou ook die formele bewys vir 'n inspringende middelpunthoek te kan neerskrywe. Laat hulle dit doen en help slegs die swakker leerlinge.

Beklemtoon wat eintlik bedoel word met die "leer" van 'n stelling. Die logiese redenering moet weer nagegaan word; dit word nooit van buite geleer nie.

5.4 RESULTATE VAN EKSPERIMENT

5.4.1 NAVORSINGSHIPOTESE

Die volgende hipotese is as uitgangspunt geneem:

H_0 : Daar is geen verskil tussen die gemiddelde tellings wat die eksperimentele groep en die kontrole groep op die houdingsvraelys na afloop van die eksperiment behaal het nie.

H_1 : Die houding van leerlinge teenoor Meetkunde kan verbeter word as daar doelbewus aan gewerk word.

5.4.2 TABEL EN ONTLEDING VAN RESULTATE

	V_1	V_2	t
E (n=91)	$\bar{X}=41,7$ $s=10,2$	$\bar{X}=46,2$ $s=10,6$	4,1
K (n=93)	$\bar{X}=40,7$ $s=9,1$	$\bar{X}=36,8$ $s=11,3$	-3,8
	$t=0,66$	$t=5,8$	

$\bar{X}$: Gemiddeld

s : Standaardafwyking

n : Aantal leerlinge

V_1 : Houdingsvraelys voor eksperiment

V_2 : Houdingsvraelys na eksperiment

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{(n_1 + n_2 - 2)}} \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

OF

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

vir afgepaarde
data

Die eksperimentele groep ($n=91$) se gemiddelt op die houdingsvraelys het van 41,7 tot 46,2 verbeter. Die gewone t-toets vir afgepaarde data gee 'n t-waarde van 4,1 wat beduidend is op 'n 1%-peil.

Die kontrole groep ($n=93$) se gemiddeld het van 40,7 verminder na 36,8 wat 'n t-waarde van -3,8 gee. Dit is ook beduidend op 1%-peil.

Wanneer die gemiddeldes van die twee groepe op die voortoets vergelyk word, kom die t-waarde op 0,66 te staan wat beteken dat die twee groepe nie beduidend verskil het voor die aanvang van die eksperiment nie.

Die gemiddeldes van die vraelys na afloop van die eksperiment, naamlik 46,2 en 36,8 verskil beduidend op die 1%-vlak met 'n t-waarde van 5,8.

5.4.3 BEVINDINGS

1. Die nul-hipotese kan op 'n 1%-vlak verwerp word. Daar is dus 'n beduidende verskil in die houdings van leerlinge teenoor Meetkunde nadat hulle aan besondere onderrigtegnieke blootgestel is in vergelyking met 'n groep wat nie daaraan blootgestel is nie. Die onderrigmetodes waarna hier verwys word is 'n metode van geleide ontdekking waarby die Geskiedenis van Wiskunde geïntegreer is.

Die invloed van die onderwysers mag hier 'n rol gespeel het. Die twee onderwysers wat die eksperimentele groep onderrig het, was aanvanklik een positief en een negatief ingestel teenoor Meetkunde. Die negatiewe onderwyser het 'n besondere belangstelling in die Geskiedenis van Wiskunde getoon en ek is van mening dat haar houding daardeur positief beïnvloed is; dit mag deurgewerk het na haar leerlinge.

Albei onderwysers was entoesiasties met die aanvang van die eksperiment. Die feit dat die lesmateriaal voorsien is, het ook die druk op hulle verminder. Dit is alles faktore wat nie gekontroleer kon word nie en miskien die uitslag kon beïnvloed het.

2. 'n Ietwat verrassende uitslag is dat die houding van die kontrolegroep teenoor Meetkunde verswak het. Daar kan verskillende redes voor wees.

Meetkunde word geleidelik moeiliker en veral leerlinge wat met die aanvang van die eksperiment reeds 'n agterstand gehad het, kon gedurende die jaar heeltemal moed verloor het; vandaar die agteruitgang in houding.

Die feit dat meer leerlinge in die kontrole groep oorgeskakel het vanaf Hoërgraad na Standaardgraad, mag ook 'n verklaring wees. As 'n leerling gevra

word om oor te skakel mag dit 'n invloed op sy houding hê. My eie ondervinding is egter dat die teendeel soms waar is. Sodra 'n leerling oorskakel na Standaardgraad, wen hy aan selfvertroue in die vak omdat die werk meer binne sy vermoë val.

S.4.3.1 ONDERHOUDE EN VERSLAE

S.4.3.1.1 EKSPERIMENTELE GROEP

Uit onderhoude en skriftelike verslae (Sien Bylae 2) van sommige van die leerlinge waarvan die houding met meer as 10 punte gestyg of gedaal het, blyk die volgende:

1. Die kommentaar met betrekking tot die Geskiedenis van Wiskunde was, behalwe vir een enkele uitsondering, deurgaans positief, selfs by leerlinge waarvan die houding effens verswak het.

Die een leerling wat nie positiewe kon getuig omtrent die Geskiedenis van Wiskunde nie, was van mening dat die toepassings van Meetkunde in die beroepswêreld, die Geskiedenis van Meetkunde oorskadu.

By leerlinge waarvan die houding baie verbeter het (tot soveel as 30 punte), was die kommentaar uiters positief wat belangstelling en interessantheid betref. Sommige het bygevoeg dat dit hulle ongelukkig nie gehelp het om beter te presteer nie.

2. Dit was duidelik dat die leerlinge die metode van geleide ontdekking meer met die meet van hoeke en die ontdekking van stellings geassosieer het as met die totale onderrigstyl van die onderwyser. In soverre hulle dit interpreteer het, was die verslae baie positief.

Die enigste kritiek was dat daar teen die einde van die jaar gejaag is om die werk af te handel. Ek voel ook twee meer periodes vir afronding sou ideaal gewees het.

3. Hier volg enkele aanhalings van leerlinge uit die verslae (bylae 2) van die eksperimentele groep in verband met 'n metode van geleide ontdekking:

"Dit was vir my baie interessant om self te sien hoe die stellings werk, in plaas van om net die stellings te leer en toe te pas. Ek was verbaas om te sien hoe eenvoudig dit eintlik is, in plaas van 'n klomp moeilike redenasies om by die stelling uit te kom."

"Dit is definitief 'n baie geslaagde metode van verduideliking, veral met betrekking tot stellings. Dis nogal moeilik om sommer net 'n ding van papier af te leer en dit as vanselfsprekend te aanvaar. Deur dit self te ontdek, word die beginsel van 'n stelling by my maklik tuisgebring."

Die volgende is 'n aanhaling van 'n leerling met betrekking tot die Geskiedenis van Meetkunde:

"Dis baie interessant om van almal se teorieë en oplossings te hoor. Dit het nie noodwendig gehelp om beter te doen nie. Party van die gebeurtenisse in die Geskiedenis is grappig en ek onthou van dit wanneer ons die Meetkunde doen. Dit maak dit lekkerder."

4. In enkele gevalle was daar agteruitgang in houding by die eksperimentele groep. Die redes wat aangevoer is, was:

- * die moeilikheidsgraad van Meetkunde,
- * punte wat drasties gedaal het, en
- * Standaardgraadleerlinge wat nie genoeg aandag gekry het nie.

5.4.3.1.2 KONTROLE GROEP

Ontleding van die ongestruktureerde vrae van die kontrole groep het die volgende aan die lig gebring:

1. Die meerderheid leerlinge van die kontrolegroep het getuig dat dit onmoontlik is om Meetkunde interessanter te maak, dat dit abstrak is en geen verband met die werklikheid het nie. Daar is ook verwys na die moeilikheidsgraad van die werk, punte wat gedaal het, gebrek aan illustrasie, gebrekkige en vervelige verduideliking en 'n voorkeur vir Algebra en Trigonometrie.

Hier volg 'n paar van die ander aanhalings:

"Meetkunde bestaan uit te veel stelling en bewyse.

Ek verstaan die stellings nie en kan dit dun ook nie toepas nie.

Meetkunde kan in 'n vroliker tuim aangebied word.

Ek kan dit nie doen nie en dis vir my 'n nagmerrie.

Ek weet nie waar ek dit gaan gebruik nie en dit maak my negatief."

Op 'n vraag hoe Meetkunde moontlik interessant gemaak kan word, het die kontrole groep die volgende positiewe aanbevelings gehad:

praktiese modelle,
rekenaars, en
videos.

Daar was dus 'n duidelike behoefte aan enige vorm van afwisseling van die gewone aantonende onderwys. Dit bevestig die vermoede wat ontstaan het na 'n onderhoud met die onderwyser van die kontrole groep. Vergelyk 5.3.1.6.

5.4.3.1.3 OPSOMMING

Die kontrole groep se kommentaar het meestal getuig van teenkanting, van 'n gevoel van frustrasie en magteloosheid. Sommige van die kritiek was baie sterk. Dit wil voorkom asof houding teenoor Meetkunde gedurende

die S -jaar verswak as daar nie 'n poging aangewend word om die vak lewendiger en interessanter aan te bied nie.

Die eksperimentele groep se kommentaar was uiters positief met betrekking tot die Geskiedenis van Wiskunde. Wat die metode van ontdekking betref was die kommentaar ook oor die algemeen positief, maar die metode is nie in sy volle omvang interpreteer nie. Die tydfaktor is soms as 'n probleem genoem. Negatiewe kommentaar van die eksperimentele groep was hoofsaaklik gerig op agteruitgang in prestasie.

5.4.4 LEENTES

1. Die bevindings wat gemaak is, net slegs betrekking op die twee skole aan die Witwatersrand wat in die ondersoek gebruik is. Dit kan dus nie veralgemeen word vir alle Hoërskole nie.
2. Daar was geen betroubare meetinstrument vir houding teenoor Meetkunde beskikbaar nie en die houdingsvraelys wat opgestel is, mag gebreke hê.
3. Die feit dat die beleid van die twee skole verskil met betrekking tot oorskakeling na Standaardgraad, is 'n probleem wat nie voorsien is nie.
4. Daar is geen klaswaarneming gedurende die verloop van die eksperiment gedoen nie. In hoe 'n mate die

metode van geleide ontdekking tot sy reg gekom het, kon nie ten volle gekontroleer word nie. Die onderhoude met die onderwysers (Sien 5.3.1.6), die leerlinge (sien 5.4.3.1) en die leiding wat in die lesmateriaal (Sien 5.3.2.2) gegee is, was die enigste maatstaf. Uit die onderhoude met die leerlinge het dit geblyk dat die metode wel tot sy reg gekom het in soverre hulle dit interpreteer het.

HOOFSTUK 6

OPSOMMING

6.1 INLEIDING

Die relatief negatiewe houding teenoor senior sekondêre Meetkunde is te wyte aan 'n verskeidenheid faktore wat kortliks bespreek is. (Sien 2.3.6.). Die belangrikste aspek van hierdie verhandeling is die feit dat negatiewe houding teenoor Meetkunde, selfs in die gevestigde stadium van St.9, positief verander kan word as daar 'n doelbewuste poging aangewend word. Vergelyk 5.4. Die metodes wat aangewend is, word in 6.3 en 6.4 opgesom.

6.2 HOUDING

Houding teenoor Meetkunde het te doen met ingesteldheid teenoor Meetkunde en dit kan weer herlei word na gevoel of affek vir Meetkunde.

Affektiewe leer is 'n onderwerp wat die afgelope dekade op die voorgrond begin tree het. Daar is 'n toenemende bewustheid van die belangrike rol wat affektiewe faktore in enige leersituasie speel (vergelyk 2.1.2). Opvoedkundige programme word selfs aangepas om affektiewe doelwitte in te sluit.

Ongelukkig is dit nie die algemene siening in Suid-Afrika nie, want selfs in handboeke wat vir die

opleiding van onderwysers gebruik word, word die kognitiewe domein te koste van die affektiewe domein, beklemtoon (Sien 2.1.2.1). Daar word dikwels aanvaar dat affektiewe ontwikkeling outomaties uit kognitiewe ontwikkeling spruit en dus nie spesiale pedagogiese aandag verg nie.

Talle opvoedkundiges stem egter saam dat in enige leersituasie daar altyd 'n interaksie van affektiewe en kognitiewe faktore aanwesig is. 'n Fyn balans moet tussen die twee gehandhaaf word sodat die leerling in sy totaliteit aangespreek word.

Daar bestaan min navorsing in die veld van Wiskunde-onderrig wat uitsluitlik op die affektiewe domein gerig is. In hierdie ondersoek is daar doelbewus klem gelê op die affektiewe aspekte, maar sonder om dit van die kognitiewe te probeer skei.

Negatiewe houding teenoor Wiskunde het verreikende gevolge, veral wat betref vakkeuses. Geen plaaslike navorsing, wat daarop gerig is om negatiewe houding teenoor Wiskunde te verander, kon opgespoor word nie. In die opsig kan hierdie navorsing 'n besliste bydrae lewer.

4.3 ONTOEKKENDE LEER

Die onderrigstrategie wat in hierdie ondersoek aangewend is om houding teenoor Meetkunde positief te beïnvloed,

is die metode van geleide ontdekking. Die metode het 'n geskiedenis wat wissel van algemene onbruik tot algemene verabsoluttering. Vanaf die sestigerjare toe die metode deur onder andere Bruner (1960, 1961) pedagogies gefundeer is, het dit vinnig veld gewen. Vandag is opvoedkundiges dit eens dat die metode van geleide ontdekking, wat veral gekenmerk word deur selfwerksaamheid en leerlingbetrokkenheid, 'n voorvereiste is vir sinvolle leer.

In Suid-Afrika het Maarschalk (1974, 1977) 'n waardevolle bydrae gelewer deur die begrippe heuristiek (ontdek) en ostentiek (aantoon) duidelik te definieer as die twee uiterste pole van die onderrigsituasie. Hy beklemtoon die vervlegting van die twee benaderings en noë selfs dat daar 'n didaktiese eenheid van die twee bestaan. Vergelyk 3.2.2.

Die aspekte van ontdekkende leer wat in hierdie verhandeling beklemtoon word, is aktiewe deelname deur die leerlinge en simpatieke leiding deur die onderwyser, hoofsaaklik met behulp van goed gekose vrae. Die lesmateriaal wat aan die onderwysers voorsien is, is van so 'n aard dat dit leerlingdeelname aanmoedig. Sien 5.3.2.2.

Daar is onk baie moeite gedoen om die onderwysers wat die eksperimentele groep hanteer het, bewus te maak van die positiewe effek wat 'n onderrigmetode van geleide ontdekking kan hê.

Leerlinge is nie daarvan weerhou om foute te begaan nie. 'n Geringe mate van ongeborgenheid, iets wat gewoonlik met ontdekking en foute geassosieer word, het volgens Maarschalk (1981) opvoedkundige waarde (Sien 3.3.5.1).

Individuele verskille is fyn dopgehou en daar is veral 'n poging aangewend om die swakker leerlinge ook te betrek en aan hulle selfvertroue te bou.

6.4 MEETKUNDE EN DIE GESKIEDENIS VAN WISKUNDE

As gevolg van 'n te formele benadering en gebrekkige onderrigmetodes het Euklidiese Meetkunde met die tyd al hoe ongewilder geword en in sommige lande heeltemal uit leerplanne verdwyn. Talle publikasies meld deesdae van die leemte wat so 'n stap gelaat het. Miskien kan hierdie navorsing daartoe bydra dat Suid-Afrika nie dieselfde pad loop nie. Dit is verblydend om te sien hoeveel opvoedkundiges glo dat Euklidiese Meetkunde wel bestaansreg het en dat die opvoedingswaarde van Meetkunde nie naastenby ten volle verwesentlik word nie (Sien 4.1). Onkunde word as die vernaamste oorsaak gendem.

Die probleem lê nie in die struktuur van Euklidiese Meetkunde nie, maar is eerder die gevolg van die aanbieding van die struktuur as 'n voorafvervaardigde, gepoleerde geheel, sonder dat die leerlinge ooit beseft teen watter agtergrond dit ontwikkel het.

Die Geskiedenis van Wiskunde is 'n baie vrugbare terrein om te ontgin ten einde die aspek van die ontwikkeling van Meetkunde te illustreer.

Daar bestaan groot onkunde onder onderwysers in verband met die aksiomaties-deduktiewe struktuur van Euklidiese Meetkunde en dit kan weer terugherlei word na die opleiding wat Wiskunde-onderwysers ontvang (Sien 4.6.2.5). Baie van hulle het slegs op skool met Euklidiese Meetkunde in aanraking gekom en wel op 'n baie formele en strakke wyse. Van die Geskiedenis, die ontwikkeling en die aard van Euklidiese Meetkunde het hulle, met enkele uitsonderings, slegs kennis indien hulle self daarin belangstel en nagaan.

Teen bogenoemde agtergrond gesien, is dit duidelik dat daar talle oorsake is vir die probleme in die onderrig van Meetkunde. Van dieselfde probleme is ook elders ervaar en die teorie van die van Hiele wat in Nederland ontwikkel is, het as aansporing gedien vir waardevolle navorsing wat in Suid-Afrika deur Human en Nel et.al. (1989) gedoen is (Vergelyk 4.6.2.4.1). Dit is een van die faktore wat aanleiding gegee het tot die verandering in die Meetkunde-leerplan wat in 1992 in St.7 implimenteer sal word. Die klem op die eksperimentele, die ruimtelike en die visuele word verwelkom asook die feit dat formele deduktiewe bewysvoering eers van St.8 af onderrig sal word.

6.4.1 GESKIEDENIS VAN WISKUNDE

Behalwe vir sporadiese artikels wat die waarde van die Geskiedenis van Wiskunde in die onderrigsituasie beklemtoon, kon geen blyke in Suid-Afrika gevind word dat dit op skoolvlak inslag vind nie.

Die integrering van die Geskiedenis van Wiskunde in die onderrig van Meetkunde (Sien 4.7) kan verskeie probleemareas beter toelig:

- * Meetkunde word lewendig en interessant gemaak vir leerlinge wat dit as te abstrak en verwyderd van die werklikheid beskou.
- * Meetkunde word gesien as 'n vak wat ontwikkel het en deel is van die ontwikkeling van die beskawing. Die idee van 'n voorafvervaardigde gepoleerde geheel word dus teengewerk en die menslike aspek word beklemtoon.
- * Onderwysers wat oor kennis van die Geskiedenis van Wiskunde beskik, begryp die aard van 'n aksiomaties-deduktiewe struktuur beter, en kan dit dus meer doeltreffend aan die leerlinge oordra. In Israel word tans indiensopleiding vir onderwysers aangebied om hulle beter toe te rus wat betref die agtergrond waarteen Wiskunde ontwikkel het.

6.5 EKSPERIMENT

Twee groepe St.9-leerlinge - 'n kontrole groep en 'n eksperimentele groep - is vergelyk om vas te stel of die leerlinge se houding teenoor Meetkunde moontlik verbeter kan word as daar doelbewuste poging aangewend word om dit te doen.

Die metodes wat gebruik is, was 'n onderrigmetode van geleide ontdekking en daarmee saam is die Geskiedenis van Wiskunde onderrig waar dit van toepassing was. Dit is in die vorige twee paragrawe bespreek. Die houdings van die leerlinge is voor en na die eksperiment met behulp van 'n vraelys gemeet. Vergelyk bylae 1.

6.6 GEVOLGTREKKING

Die besonder positiewe uitslag van hierdie eksperiment - die houding van die eksperimentele groep het beduidend verbeter terwyl die van die kontrole groep beduidend verswak het - dui daarop dat die probleme in die onderrig van Euklidiese Meetkunde wel aangespreek kan word. (Vergelyk 5.4). Alhoewel daar in die eksperiment geen kognitiewe evaluering gedoen is nie, is ek van mening dat 'n meer positiewe houding teenoor Meetkunde lei tot groter betrokkenheid en dit behoort 'n positiewe effek op die kognitiewe domein te hê.

By die kontrole groep was daar 'n duidelike element van moedeloosheid en ontnugtering te bespeur. Harde werk in Meetkunde en algemene toegewydheid het soms geen vrugte

afgewerp nie. Dit wil voorkom of swak prestasie hier gedeeltelik 'n rol gespeel het. Baie van die leerlinge in hierdie groep beskou Meetkunde as te abstrak, ver verwyder van die werklikheid en totaal nutteloos. Sommige beskou dit as 'n sinnelose opeenvolging van stellings en probleme. 'n Defnitiewe behoefte aan afwisseling in die aanbiedingsmetode het duidelik na vore gekom (Sien 5.4.3.1.2). Dit blyk hieruit dat houding teenoor Meetkunde waarskynlik gedurende die St.9-jaar verswak as daar nie doelbewus aandag aan gegee word nie.

Alhoewel sommige van die leerlinge van die eksperimentele groep ook beswaar gemaak het teen die moeilikheidsgraad van Meetkunde en punte wat gedaal het, was daar baie positiewe kommentaar wat die metode van geleide ontdekking en die Geskiedenis van Wiskunde betref. Dit het beslis daartoe bygedra dat die houding teenoor Meetkunde verbeter het.

Albei groepe het 'n duidelike behoefte aan kennis van praktiese toepassings van Meetkunde uitgespreek. Onderwysers en handboekskrywers behoort dus daarop te let dat praktiese toepassings van Meetkunde 'n belangrike motiveringsaspek vir die studie van Meetkunde is. As gevolg van 'n probleem met tyd, kon daar slegs op baie klein skaal in hierdie behoefte van die eksperimentele groep voorsien word.

Daar behoort besin te word met betrekking tot die opleiding van onderwysers wat Meetkunde, en ook Wiskunde in die algemeen, onderrig. Dit is jammer dat daar soveel onderwysers is wat Wiskunde op senior sekondêre vlak onderrig terwyl hulle self geen kennis van die ontwikkeling van hulle vak het nie.

6.7 MERIETE VAN ONDERSOEK

Die meriete van hierdie ondersoek is hoofsaaklik daarin geleë dat die houding van leerlinge teenoor Meetkunde kan verbeter indien daar 'n doelbewuste poging aangewend word om dit te doen. Deur aan die leerlinge agtergrondkennis van Meetkunde te gee, soos met die onderrig van die Geskiedenis van Wiskunde, prikkel dit hulle belangstelling en maak dit die vak vir hulle meer sinvol en interessant.

Die ondersoek bevestig ook talle ander navorsing in die opsig dat 'n metode van geleide ontdekking uiters suksesvol in 'n Wiskundeklas kan wees.

6.8 AANBEVELINGS VIR VERDERE NAVORSING

1. Die invloed van die onderrig van die Geskiedenis van Wiskunde behoort ook met betrekking tot die ander komponente van Wiskunde, naamlik Algebra, Trigonometrie en Analitiese Meetkunde, ondersoek te word.

2. Geen kognitiewe evaluering is tydens die eksperiment gedoen nie. Dit word sterk aanbeveel aangesien daar 'n vermoede bestaan dat so 'n groot verbetering in houding ook op kognitiewe vlak 'n uitwerking behoort te hê.
3. Die verandering in houding is direk na die eksperiment gemeet. Gevolglik is daar nie vasgestel of die verandering redelik permanent is of nie. Houding behoort ook na 'n langer tydperk gemeet te word.
4. Die verbetering in houding teenoor Meetkunde kan in hierdie eksperiment aan die interaksie van twee faktore toegeskrywe word, naamlik 'n onderrigmetode van geleide ontdekking en die onderrig van die Geskiedenis van Wiskunde. Die twee faktore behoort afsonderlik ondersoek te word.

6.9 VERDERE AANBEVELINGS

1. Daar word aanbeveel dat daar na die opleiding van Wiskunde-onderwysers gekyk sal word. Gebrekkige kennis van die Geskiedenis en van die ontwikkeling van Wiskunde is 'n baie ernstige leemte in die toerusting van diegene wat Wiskunde aan andere wil onderrig.
2. Die feit dat die opvoedingswaarde van Meetkunde nie altyd in die klaskamer aktualiseer nie, is nie

genoeëgsame rede om dit uit die leerplan weg te laat nie. Die probleme behoort ondersoek te word.

3. 'n Metode van geleide ontdekking, waarin konkrete meting voorkom, word aanbeveel vir die onderrig van veral stellings, selfs op so 'n senior vlak as St.9.
4. Die lesmateriaal wat vir hierdie eksperiment gebruik is, of soortgelyke lesmateriaal, word aanbeveel vir gebruik deur onderwyser: wat nie daarin slaag om Meetkunde suksesvol te onderrig nie.

6.10 SLOT

Euklidiese Meetkunde moet nie veroordeel en verwerp word as gevolg van onkunde en van probleme in die onderrig daarvan nie. Hierdie navorsing het getoon dat die probleme nie van so 'n aard is dat daar nie iets aan gedoen kan word nie. Euklidiese Meetkunde is steeds 'n ideale terrein om fundamentele wiskundige werkwyses soos bewysvoering en aksiomatisering te onderrig.

Die hoop word uitgespreek dat hierdie navorsing in die praktyk tot uiting sal kom en dat dit sal bydra tot eerstens, groter bewustheid van die probleme in die onderrig van Meetkunde, en tweedens, dat dit sal bydra om die gehalte van onderrig te verbeter.

Langs elke stelling hieronder is 'n skaal van 1 tot 5. Die betekenis daarvan is die volgende:

1. Ek stem baie baie nie saam nie.
2. Ek stem nie saam nie.
3. Ek is onseker.
4. Ek stem saam.
5. Ek stem baie baie saam.

Beantwoorde:

Gestel jy hou baie van Meerkunde:

1 2 3 4 5

Ek hou van Meerkunde

1 2 3 4 5

Maak slegs een keuse per stelling.

1. Meerkunde is baie bevredigend
2. Meerkunde se begrippe is belangrik op baie terreine
3. Ek beskou Meerkunde as 'n uitdaging
4. Ek vind Meerkunde periodes vervullend
5. Ek hou meer van Meerkunde as van enige ander matriek
6. Meerkunde hou vir my bekoring in
7. My aandag dwael na ander dinge gedurende my Meerkunde periodes
8. Ek bespreek Meerkunde met my maats
9. Ek raak opgewonde oor Meerkunde
10. Meerkunde periodes is vir my 'n nagmerrie
11. Ek sal graag na matriek verder wil studeer in Meerkunde
12. Meerkunde is vir my interessant
13. Ek is bang vir Meerkunde toetse of eksamens
14. Ek beskou my Meerkunde periodes as 'n mors van tyd
15. Ek sien uit na my Meerkunde periodes

1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5
1	2	3	4	5

DIE LAASTE TWEE VRAE WORD AGTEROP BEANTWOORD:

15. Hoe kan Meerkunde volgens jou interessanter gemaak word?
17. Wat is die redes vir jou negatiewe gevoelens teenoor Meerkunde?

MEETKUNDE

Volledige Voorletters,

II

I

II - I

Kommentaar m.b.t. "geleide ontdekking

.....
.....
.....
.....
.....

Kommentaar m.b.t. Geschiedenis van Wiskunde en Meetkunde.

.....
.....
.....
.....
.....

Gee kortliks 'n verklaring hoekom jou houding teenoor
Meetkunde verbeter het of verswak het.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

BIBLIOGRAFIE

- ADAMS, N.A. and HOLCOMB, W.R. 1986. Analysis of the relationship between anxiety about mathematics and performance. Psychological Reports. 59: 943-948.
- AHLERS, H.J. en VAN DER SCHYF, P.J. 1986. Senior Sekondêre Wiskunde vir Standaard 9. Goodwood: Nasou Beperk.
- AIKEN, L.R. 1970. Attitudes toward Mathematics. Review of Educational Research. 40, 4: 551-596.
- AIKEN, L.R. 1972. Research on attitudes toward mathematics. Arithmetic Teacher, 19: 229-234.
- ALLETSON, D.C. 1964. Euclid. Spectrum. Maart, 1964: 33-35.
- ANDREWS, J.D.W. 1984. Discovery and Expository learning compared: Their effects on Independent and dependent students. Journal of Educational Research, 78, 2: 80-89.
- ARCAVI, A., BRUCKHEIMER, M. and BEN-ZVI, R. 1982. Maybe a Mathematics Teacher can Profit from the Study of the History of Mathematics. For the Learning of Mathematics. 3: 30-37
- ARCAVI, A., BRUCKHEIMER, M. and BEN-ZVI, R. 1987. History of Mathematics for Teachers: the Case of Irrational numbers. For the Learning of Mathematics. 7, 2: 18-23.

- ARGUILE, D.I. 1987. An Investigation into the role that knowledge of the nature of mathematics and other factors play in determining motivation for further study of mathematics after st.7 in selected provincial secondary schools. M.ed. Dissertation, Rhodes University.
- AUSUBEL, D.P. 1963. Limitations of Learning by Discovery. In D.B. Aichele and R.E. Reys (eds.) 1977. Readings in Secondary School Mathematics. Boston: Prindle, Weber and Schmidt.
- AUSUBEL, D.P., NOVAK, J.D. and HANESIAN, H. 1978. Educational Psychology: A Cognitive View. Second edition. New York: Holt, Rinehart and Winston.
- BAFSIN, E. (ed.) 1988. Towards a Historical Perspective in the Teaching of Mathematics. France: History of Mathematics and Epistemology. Inter-I.R.E.M. Committee.
- BELL, F.H. 1978. Teaching and Learning Mathematics. Iowa: Wm. Brown Company.
- BESTER, G. 1988. Die verband tussen die selfkonsep van die Wiskundeleerling en sy prestasie in Wiskunde. Guid-Afrikaanse tydskrif vir Opvoedkunde. 8, 3: 165-168.
- BOOKER, G. and MESERVE, B. 1984. Relationship between the History and Pedagogy of Mathematics. In M. Carrs (ed.) 1986. Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education. Boston: Birkhäuser.
- BLOOM, B.S., MADAUS, G.F. and HASTINGS, J.T. 1981. Evaluation to improve Learning. New York: McGraw-Hill.

- BLOOM, W. 1984. The teaching of Geometry. In M. Carré (ed.) 1986. Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education. Boston: Birkhäuser.
- BLOOM, W. 1988. Spaces and Geometry. In A. Hirst and K. Hirst. (eds.) 1988. Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education. Hungary: Málév.
- BOYER, C.B. 1968. A History of Mathematics. New York: John Wiley & Sons.
- BRUNER, J.S. 1960. Bruner on the Learning of Mathematics- A Process Orientation. In D.B. Aichele and R.E. Reys. (eds.) 1977. Readings in Secondary school Mathematics. Boston: Prindle, Weber and Schmidt.
- BRUNER, J.S. 1961. The Act of Discovery. Harvard Educational Review. 31, 1: 21-32
- BURTON, D.M. 1985. The History of Mathematics. Massachusetts: Allyn and Bacon.
- BURTON, L. 1984. Mathematical Thinking: The struggle for Meaning. Journal for Research in Mathematics Education. 15, 1: 35-49.
- CALLAHAN, W.J. 1971. Adolescent attitudes toward mathematics. Mathematics Teacher. 64: 751-755.
- CARPENTER, T.P., BROWN, A.C., KOUBA, V.L., LINDQUIST, M.M. SILVER, E.A. and SWAFFORD, J.D. 1988. Secondary School Results for the Fourth NAEP. Mathematics Assessment: Algebra, Geometry, Mathematical Methods and Attitudes. Mathematics Teacher. 81, 5: 337-347.

- CROWLEY, M.L. 1987. The van Hiele Model of the Development of Geometric Thought. In M.M. Lindquist (ed.) Learning and Teaching Geometry. 1987 Yearbook. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- D'AMBROSIO, U. 1988. (ed.) International Study Group on the Relations between History and Pedagogy of Mathematics. In A. Hirst and K. Hirst (eds.) 1988. Proceedings of the Sixth International Congress on Mathematical Education. Hungary: Mafev.
- DAVIS, P.J. and HERSH, R. 1981. The Mathematical Experience Boston: Birkhäuser.
- DEKKER, A.J., VISSER, D.P. EN VAN RENSBURG, J.N.J. 1986. Wiskunde vir Vandag. St.9. Johannesburg: Juta en Kie, Bpk.
- DEPARTEMENT VAN ONDERWYS EN KULTUR. Administrasie. Volksraad. 1990. Kernsillabus vir Wiskunde. Gewone Graad, St. 5 - 7.
- de VILLIERS, M. 1986. Heuristiese metodes in probleemoplossing. In G. Oberholzer (red.) Agtste Nasionale Kongres, Verrigtinge. Die Wiskunde Genootskap van Suid-Afrika. 8: 112-126.
- DIE TRANSVAALSE ONDERWYSDEPARTEMENT. 1985. Sillabus vir Wiskunde Standaard 8 tot 10. Pretoria.
- DREYFUS, T. and HADAS, N. 1987. Euclid may stay and even be taught. In M. M. Lindquist (ed.) 1987. Learning and Teaching Geometry. 1987 Yearbook. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- DUMINY, P.A. 1972. Didaktiek en Metodiek. Kaapstad: Longman Suider-Afrika. (Edms.) Bpk.

- EARLE, H.F. 1972. Attitudes toward Geometry. Ph.D. dissertation. University of Maryland. U.S.A.
- GSGARD, J. and FLETCHER, T. 1984. Senior Secondary School Geometry. In M. Carrs (ed.) 1986. Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematical Education. Boston: Birkhäuser.
- FEY, J.T. 1980. Mathematics Education Research on Curriculum and Instruction. In R. Shumway. (ed.) Research in Mathematics Education. Virginia: National Council for Mathematics Education.
- FRIEDLANDER, B.Z. 1965. A Psychologist's second thoughts on Concepts, Curiosity, and Discovery in Teaching and Learning. Harvard Educational Review. 1965, 35: 18-38.
- GAROFALO, J. 1989. Beliefs, Responses, and Mathematics Education: From the Back of the Classroom. School Science and Mathematics. 7: 451-455.
- GILES, G. 1982. Geometry for all. Mathematics Teaching. 100: 30-37.
- HALADYNA, T., SHAUNESSY, J. and SHAUNESSY, J.M. 1981. A Casual analysis of attitude toward Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education. 1983, 14, 1: 19-29.
- HARPER, E. and QUILTER, D. 1988. Why we didn't like mathematics, and why we can't do it. Educational Research. 30, 2:121-128.
- HEMBREE, R. 1990. The Nature, effects, and relief of mathematics anxiety. Journal for Research in Mathematics Education. 21, 1: 33-46.

- HERSHKOWITZ, R. and BRUCKHEIMER, M. 1985. Deductive discovery approach to mathematics learning. International Journal for Mathematics Education in Science and Technology, 16, 6: 695-703.
- HOFFER, A. 1981. Geometry is more than proof. Mathematics Teacher, 74: 11-18.
- HOLCOMBE, W.R. and ADAMS, N.A. 1986. Analysis of the relationship between anxiety about Mathematics and Performance. Psychological Reports, 59: 943-948.
- HOWSON, A.G., KEITEL, C. AND KILPATRICK, J. 1981. Curriculum development in mathematics. Cambridge: Cambridge University Press.
- HOWSON, A.G. and KAHANE, J.P. (eds.) 1986. School Mathematics in the 1990's. Cambridge: Cambridge University Press.
- HULL, L.W.H. 1969. The Superstition of Educated Men. Mathematics Teaching, 43: 26-33.
- HUMAN, P.G. en NEL, J.H. in samewerking met M.O. de VILLIERS, T.P. DREYER en F.G. WESSELS. 1989. Alternatiewe aanbiedingstrategieë vir Meetkunde-onderwys: 'n Teoretiese en Empiriese Studie. ENWOUS-verslag 2, 1989. Universiteit van Stellenbosch.
- HUSEN, T. (ed.) 1967. International study of achievement. New York: Wiley.
- JONES, J.S. 1969. The History of Mathematics as a Teaching Tool. Thirty-first Yearbook. Washington: National Council of Teachers of Mathematics.
- KAPADIA, R. 1985. Bring back Geometry. The Mathematical Intelligencer, 7, 2: 53-65.

- KERSH, B.Y. 1962. The motivating effect of learning by directed discovery. Journal of Educational Psychology. 53, 2: 65-71.
- KLINE, P. 1986. A Handbook of Test Construction. London: Methuen.
- KRATHWOHL, D.R., BLOOM, B.S. and MASIA, B.B. 1964. Taxonomy of Educational Objectives: The Classification of Educational Goals. Handbook II. New York: David McKay Company.
- KRIEL, D.J. 1975. Die Verdere onderrig van Meetkunde. Sintetiese Meetkunde in die senior sekondêre fase. Spectrum. 13, 2: 32-34.
- KULM, G. 1980. Research in Mathematics attitude. In R.J.Shumway (ed.) Research in Mathematics Education. Virginia, National Council of Teachers of Mathematics.
- LAKATOS, I. 1978. A Renaissance of Empiricism in the Recent Philosophy of Mathematics. In T. Tymoczko. 1985. New Directions in the Philosophy of Mathematics. Boston: Birkhäuser.
- LANDMAN, A. 1987. Evaluering van Affektiewe Leer. Onderwysbulletin. 31, 2: 37-49.
- LARIDON, P.E.J.M. 1981. Curriculum development in secondary school mathematics, the creative teaching of calculus. M.ed. dissertation. Johannesburg: Randse Afrikaanse Universiteit.
- LARIDON, P.E.J.M. et.al. 1986. Wiskunde vir die Klaskamer. Johannesburg: McGraw-Hill boekmaatskappy.
- LOVE, E. 1989. Raising some questions on Geometry. Mathematics Teaching. Dec. 1989, 129: 3-6.

- MAARSCHALK, J. 1974. Die didaktiese betekenis van die heuristiek. M.Ed. Verhandeling. Johannesburg: Randse Afrikaanse Universiteit.
- MAARSCHALK, J. 1977. Die Heurostentiek as 'n didaktiese model. D.ed. Verhandeling. Johannesburg: Randse Afrikaanse Universiteit.
- MAARSCHALK, J. 1981. Didaktiese Kreatiwiteit. Humanitas. Vol. 7 (2): 155-161.
- MALAN, A.P. 1971. Gefundeerde onderrig in Meetkunde. Spectrum. 9, 4: 251-252.
- MALAN, A.P. 1967. Vernuwings in Matrikulasie-eksamen. Spectrum. 5, 1: 39.
- MALAN, F.R.P. 1986. Onderrigstrategieë vir die oorgang van partisiedenke na hiërargiese denke in die klassifikasie van vierhoeke: enkele gevallestudies. Enwous-verslag no. 3, 1986. Universiteit van Stellenbosch.
- MAYBERRY, J. 1983. The Van-Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. Journal for Research in Mathematics Education. 14, 1: 58-69.
- MCLEOD, D.B. 1988. Affective issues in Mathematical Problem Solving: Some Theoretical Considerations. Journal for Research in Mathematics Education. 19, 2: 134-141.
- NICHOLSON, M.J. 1985. In Olivier, A. (Red.) 1985. The Australian Experience: Impressions of ICME 5. M.I.S.A.
- NIVEN, I. 1987. Can Geometry Survive in the Secondary Curriculum? In M. M. Lindquist. (ed.) 1987. Learning and Teaching Geometry. 1987 Yearbook. Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.

- DOSTHUIZEN, W.L., SWART, J. en GILDENHUYS, D.B. 1988. Vakdidaktiek: Wiskunde vir die Sekondêre fase. Pretoria: De Jager-Haum.
- OPPENHEIM, A.N. 1966. Questionnaire Design and Attitude Measurement. London: Heinemann.
- POLYA, G. 1957. How to Solve it. 2nd Edition. New Jersey: Princeton University Press.
- POLYA, G. 1963. On Learning, Teaching, and Learning Teaching. In D.B. Aichele and R.E. Reys (eds.) 1977. Readings in School Mathematics. Second edition. Boston: Prindle, Weber and Schmidt.
- PRETORIUS, G.J.P. 1989. Die Verband tussen Affektiewe Stabiliteit en Effektiewe Wiskunde onderrig en leer in die Sekondêre Skool. Ph.D. Verhandelung. Universiteit van Pretoria.
- RAHIM, H. and SAWADA, D. 1986. Revitalizing School Geometry through dissection-motion operations. School Science and Mathematics. 86, 3: 235-244.
- REDDY, D. 1987. An investigation of the extent to which the learning of informal geometry, specifically euclidean transformation geometry, contributes to the meaningful acquisition of geometric facts. A qualitative study confined to the transformations that generate quadrilaterals. M.ed. dissertation. University of Cape Town.
- REYES, L.H. 1984. Affective variables and Mathematics education. The Elementary School Journal. 84: 558-581.
- SCHOEMAN, M.J. 1983. Aanskoulike Wiskunde. Spectrum. 21, 4: 7-40.

- SCHOENFELD, A.H. 1985. Mathematical Problem Solving. New York: Academic Press.
- SCHOENFELD, A.H. 1989. Explorations of students' mathematical beliefs and behaviour. Journal for Research in Mathematics Education. 20, 4: 338-355.
- SCHUSTER, S. 1971. On the teaching of Geometry. A Potpourri. Euclides. 1975. 50, 4 en 5: 163-176.
- SCHUTTE, H.J. 1983. Greek mathematical thought and modern mathematics. Spectrum. 21, 2: 44-46.
- SMITH, J. 1988. Questioning questioning. Mathematics Teacher. 115: 47.
- SNYMAN, J.J. 1984. 'n Strategie vir probleemoplossing in meetkunde-onderrig. Spectrum. 22, 2: 33-37.
- SNYMAN, J.J. 1982. Kreatiewe denke en begripsvorming as komponente van probleemoplossing by Meetkunde-onderrig in die senior-sekundêre fase. M.ed. Verhandeling. Johannesburg: Randse Afrikaanse Universiteit.
- STRAUSS, J. 1983. Die meganiese gebruik van formules en tegniese of die ontwikkeling van kreatiewe denke? Spectrum. 21, 4: 46-49.
- STRAUSS, J. 1984. Kreatiwiteitsbevordering in onderwysopleiding. Suid-Afrikaanse tydskrif vir Opvoedkunde. 1985, 5, 2: 93-98.
- SUYDAM, M. 1985. The Shape of Instruction Geometry: Some Highlights from Research. Mathematics Teacher. 76, 6: 481-486.
- SWETZ, F.J. 1984. Seeking Relevance? Try the History of Mathematics. Mathematics Teacher. 77: 54-62.
- TANNER, H. 1989. Introducing Investigations. Mathematics Teacher. 127: 20-23.

- UPPAL, S.M. 1985. How strange is the development of Mathematics? International Journal for Mathematics Education and Science and Technology. 18, 2: 257-263.
- USISKIN, Z. 1987. Resolving the Continuing Dilemmas in School Geometry. In M.M. Lindquist (ed.) 1987 Yearbook. Virginia: National Council of Mathematics Teachers.
- VAN HIELE-GELDOF, D. 1957. De Didaktiek van de Meetkunde in de Eerste Klas van het V.H.M.O. Amsterdam: J.M. Meulenhoff et.al.
- VAN VUUREN, A.B.J. 1990. Interessante gebeure in die lewe van beroemde wiskundiges. Spectrum. 28, 1 52-55.
- VISSER, D. 1983. The Development and Comparison of Semantic Differential and Likert-type Scales to measure Attitudes to Mathematics. Reports from the Psychology Department, UNISA. 9: 1-36.
- VISSER, D. 1984. Wiskunde angs en keuse van studierigting. Suid-Afrikaanse tydskrif vir Opvoedkunde. 1985, 5, 3: 112-117.
- VISSER, D. 1987. Sex differences in mathematics behaviour. South African Journal for Psychology. 17, 4: 137-145.
- VOLMINK, J.D. 1988. Acquisition of Concepts and Construction of Meaning in Geometry. A Dissertation in Partial Fulfillment of the Requirements for Ph.D. Cornell University.
- WANG, H. 1985. What is Mathematical Practice? In T. Tymoczko. 1985. New Directions in the Philosophy of Mathematics. Boston: Birkhäuser.
- WEBB, J. 1989. ICME-6 in Budapest. Spectrum. 27, 2: 50-54.

WHEELER, D. 1975. Humanising Mathematical Education.
Mathematics Teaching. 71: 4-9.

WILLIAMS, W.V. 1988. Answers to questions about Maths'
anxiety. School Science and Mathematics. 2: 95-103.

Author: Cronje, Lefina Susanna.

Name of thesis: Die invloed van 'n metode van geleide ontdekking, waarby die geskiedenis van wiskunde integreer word, op die houding van St. 9-leerlinge teenoor meetkunde.

PUBLISHER:

University of the Witwatersrand, Johannesburg

©2015

LEGALNOTICES:

Copyright Notice: All materials on the University of the Witwatersrand, Johannesburg Library website are protected by South African copyright law and may not be distributed, transmitted, displayed or otherwise published in any format, without the prior written permission of the copyright owner.

Disclaimer and Terms of Use: Provided that you maintain all copyright and other notices contained therein, you may download material (one machine readable copy and one print copy per page) for your personal and/or educational non-commercial use only.

The University of the Witwatersrand, Johannesburg, is not responsible for any errors or omissions and excludes any and all liability for any errors in or omissions from the information on the Library website.